



Praktikumsversuch P-18

Aktiver Schwingungstilger

Unterlagen zum Praktikumsversuch Aktiver Schwingungstilger

Kurzbeschreibung

Aufgrund der begrenzt zur Verfügung stehenden Flächen in Großstädten sind Gebäude großer Höhen die effizienteste, in manchen Fällen die einzige, Bauoption. Um von Wind, von Erdbeben und meschlichen Einflüssen erzeugte Schwingungen an hohen Gebäuden (Wolkenkrazer) zu minimieren, müssen besondere Maßnahmen getroffen werden. Oft werden in der Anwendung passive Schwingungstilger eingesetzt, um übermäßige Gebäudeschwingungen aufzufangen. Die Schwingungstilger, bestehend aus einer Tilgermasse zusammen mit einer Tilgefeder, bilden ein zusätzliches Schwingungsglied dessen Eigenfrequenz auf die zu eliminerende Schwingfrequenz des Gebäudes eingestellt ist. Bei dieser Frequenz entzieht der Schwingungstilger der Struktur Schwingungsenergie für seine eigene Schwingbewegung und dies führt zur Reduktion der übermäßigen Gebäudeschwingungen.

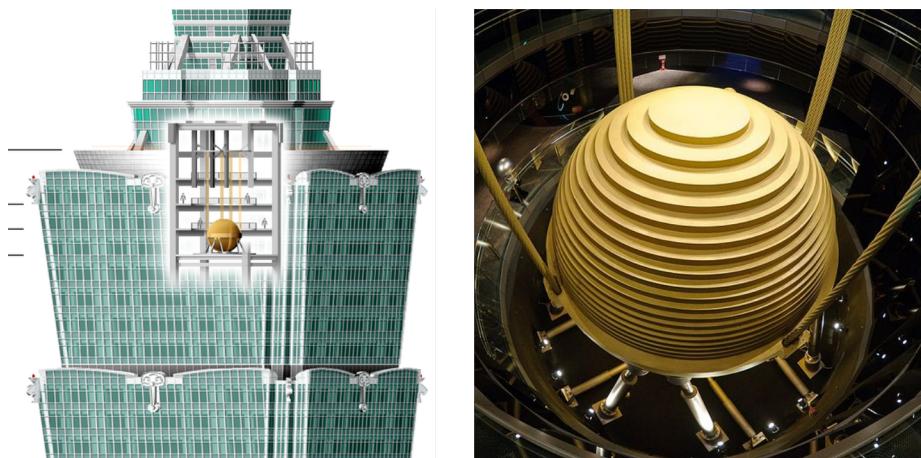


Abbildung B.1: Schwingungstilger im Gebäude des Taipei 101 (Quelle: www.wikipedia.org)

Sobald jedoch die Anregung nicht mehr monofrequent, sondern breitbandig vorkommt, funktioniert ein passiver Schwingungstilger nicht mehr zuverlässig. Daneben gibt es aktive Schwingungstilgungssysteme, die in der Lage sind, die Schwingungen des Gebäudes unter breitbandiger Anregung deutlich zu reduzieren.

In diesem Praktikumsversuch soll ein aktives Schwingungstilgersystem am Beispiel einer flexiblen zweistöckigen Quanser Active-Mass-Damper (AMD2) Struktur untersucht werden. Dazu wird ein einfaches reales mechanisches System als elastisches Mehrkörpersystem beschreiben. Dabei sind die Bewegungsgleichungen für das Quanser-System bereits in diesem Handbuch festgelegt. Die vordefinierten Quanser-Simulink-Modelle werden zur Bewertung des mechanischen Systems verwendet und mit den Simulationsergebnissen verglichen. Zur aktiven Tilgung der Strukturschwingungen wird ein Regler basierend



auf Zustandsbeobachtung und Zustandsrückführung in Matlab/Simulink implementiert.

Praktikumsbeschreibung

Im Folgenden werden die theoretischen Grundlagen sowie die im Praktikum zu bearbeitenden Aufgaben beschrieben. Bereiten Sie sich bitte im Vorfeld mit diesem Dokument auf den Praktikumsversuch vor. Falls sie das Praktikum online absolvieren sollten, achten Sie bitte darauf alle Voraussetzungen zu erfüllen.

Lernziele

Die folgenden Lernziele sollen erfüllt werden.

- Bewegungsgleichungen für reales mechanisches System für eine flexible zweistöckige Quanser-Schwingstruktur erstellen
- Aufbau eines Simulink-Modells zur Integration der Bewegungsgleichung inklusive Positionsregelung eines Linearwagens
- Vergleich der Simulationsergebnisse mit Messungen und Bewertung der Unterschiede für verschiedene Systemanregungen
- Entwurf eines Zustandschäters zur Beobachtung von Zuständen, die nicht alle direkt messbar sind
- Implementierung eines Echzeit-Reglers basierend auf Zustandsbeobachtung und Zustandsrückführung
- Vergleich der Strukturschwingungen mit und ohne aktive Tilgung an der Quanser Hardware

Grundlagen

Quanser: Active Mass Damper 2

Positionsregelung an dem Quanser-Gleichstrommotor

Um den Quanser-AMD2 Struktur reproduzierbar anregen zu können, muss in dieser Aufgabe eine Positionsregelung des Quanser-Motors in Simulink implementiert werden. Ziel dieser Aufgabe ist es, die Eingangsspannung $V_m(t)$ mittels eines sogenannten Position-Velocity (PV) Reglers so vorzugeben, dass eine beliebige Referenzposition x_c^d erreicht werden kann. Die Streckendynamik des Quanser Gleichstrommotors wird durch folgende Übertragungsfunktion beschrieben

$$G_m(s) = \frac{x_c(s)}{V_m(s)} = \frac{r_{mp} K_g K_t}{(R_m(m_c r_{mp}^2 + K_g^2 J_m)s + K_g^2 K_t K_m + B_{eq} R_m r_{mp}^2) s} . \quad (B.1)$$

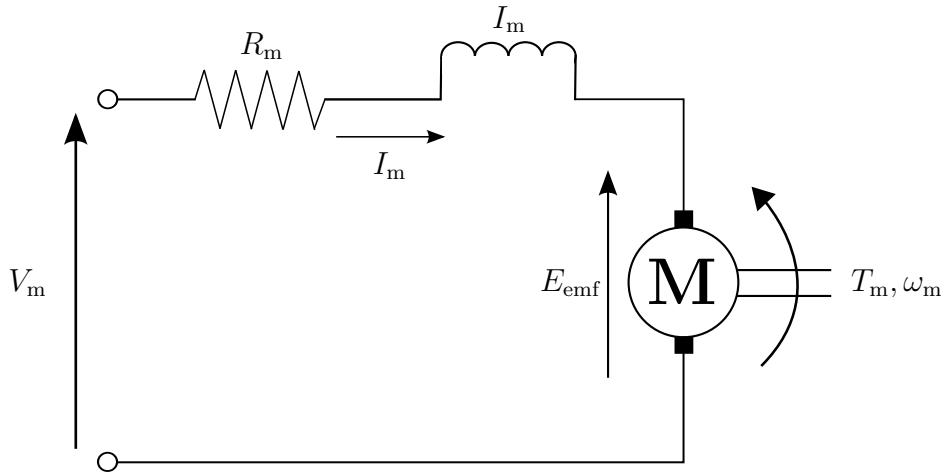


Abbildung B.2: Ersatzmodell für den Quanser-Motor

Die Eingangsspannung V_m des Motors dient als Stellgröße, die Regelgröße ist die Position des Linearwagens x_c . Die übrigen physikalischen Größen sind in Tabelle B.1 angegeben. Eine detaillierte Herleitung der Übertragungsfunktion ist in der Quanser Dokumentation [?] zu finden. In einem PV-Regler wird folgendes Regelgesetz betrachtet

$$V_m(t) = K_p(x_c^d - x_c) - K_v \dot{x}_c , \quad (\text{B.2})$$

wobei x_c^d die Referenzposition, und x_c die aktuelle Position des Linearwagens darstellt. Somit wird der Regler $G_c(s)$ als

$$G_c(s) = K_p - K_v s \quad (\text{B.3})$$

gewählt. In Abbildung B.3 ist das Blockschaltbild des geschlossenen Regelkreises dargestellt. Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreis hat zwei Pole in der linken Halbebene der s -Ebene. Dieses System lässt sich in der Regelungstechnik als PT-2 Glied darstellen. Die Übertragungsfunktion eines PT-2 Glieds lautet

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2} . \quad (\text{B.4})$$

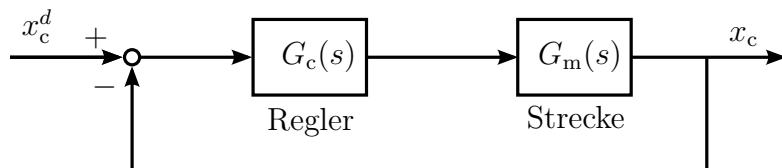


Abbildung B.3: Blockschaltbild des geschlossenen Regelkreises

Die charakteristische Gleichung eines PT2 Gliedes lautet

$$s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2 = 0 . \quad (\text{B.5})$$

Tabelle B.1: Modellparameter zur Positionsregelung am Quanser-Gleichstrommotor

Variable	Bedeutung	Matlab-Bezeichnung	Wert
e_{\max}	maximale Überschwingweite	<code>e_max</code>	10 %
t_p	Anstiegszeit	<code>t_p</code>	0.15 s
K_g	Übersetzung Getriebe	<code>Kg</code>	3.71
K_t	Motorkonstante current-torque	<code>kt</code>	$7.68 \cdot 10^{-3}$ Nm/A
K_m	Motorkonstante back-emf	<code>km</code>	$7.68 \cdot 10^{-3}$ V/rad/s
R_m	Motorankerwiderstand	<code>Rm</code>	2.6 Ω
m_w	Masse des Linearwagens (ohne Balast)	<code>m_w</code>	0.40 kg
J_m	Rotorträgheit	<code>J_m</code>	$3.90 \cdot 10^{-7}$ kg/m²
B_{eq}	viskoser Dämpfungskoeffizient	<code>Beq</code>	3 N/m
r_{mp}	Linearwagen Rizelradius	<code>r_mp</code>	0.0063 m

Dabei können ω_n und ζ können mit den Beziehungen

$$e_{\max} = 100 e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad \text{und} \quad t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad (\text{B.6})$$

bestimmt werden. Hier beschreiben die maximale Überschwingweite e_{\max} und die Anstiegszeit t_p das Führungsverhalten bei Anregung mit Sprungfunktion. Um die Verstärkungsfactoren K_p und K_v zu bestimmen, werden die Koeffizienten der Gl. B.5 und die charakteristische Gleichung des geschlossenen Regelkreises $1 + G_c(s)G_m(s)$ verglichen. Dadurch ergeben sich folgende Gleichungen für K_p und K_v

$$K_p = \frac{\omega_n^2 R_m (m_c r_{mp}^2 + K_g^2 J_m)}{r_{mp} K_g K_t}, \quad (\text{B.7})$$

$$K_v = \frac{2 \zeta \omega_n R_m (m_c r_{mp}^2 + K_g^2 J_m) - K_g^2 K_t K_m - B_{eq} R_m r_{mp}^2}{r_{mp} K_g K_t}. \quad (\text{B.8})$$

Modellierung der AMD2-Struktur

In Abbildung B.5 (rechts) ist die schematische Darstellung einer zweistöckigen flexiblen Struktur zu sehen, auf der der Linearwagen montiert ist. Die drei Körper mit Massen M_{f1} , M_{f2} und m_c können in der horizontalen Ebene Bewegungen ausführen. Das System hat drei Freiheitsgrade (siehe Abbildung B.5). Zu ihrer Beschreibung dienen drei verallgemeinerte Koordinaten $x_{f1}(t)$, $x_{f2}(t)$ und $x_c(t)$, wobei $x_c(t)$ der Position des Wagens relativ zur Struktur und $x_{f1,2}(t)$ der Verschiebung der erste bzw. zweite Stockwerk des Strukturs entspricht. Die Bewegungsgleichung in der Zustandsraumdarstellung lauten für die drei Körper

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{A}\mathbf{q} + \mathbf{B}u \quad \text{und} \quad y = \mathbf{C}\mathbf{q} + \mathbf{D}u \quad (\text{B.9})$$

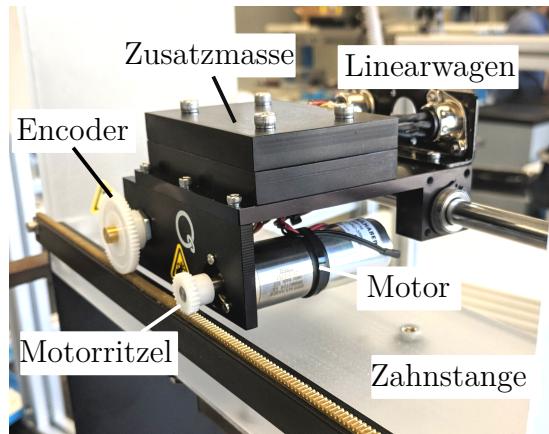


Abbildung B.4: Aufbau des Quanser-Linearwagens.

wobei $\mathbf{q}^T = [x_c \ x_{f1} \ x_{f2} \ \dot{x}_c \ \dot{x}_{f1} \ \dot{x}_{f2}]$ den Zustandsvektor, $y = [\ddot{x}_{f1} \ \ddot{x}_{f2}]$ den Ausgang, und $u = V_m$ den Eingang darstellt. Die Matrix \mathbf{A} Sieht so aus

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & A_{4,3} & A_{4,4} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_{f1}}{M_{f1}} & -\frac{K_{f2}}{M_{f1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{f1}}{M_{f1}} & A_{6,3} & A_{6,4} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{B.10})$$

wobei

$$A_{4,3} = \frac{r_{mp}^2 m_c K_{f2}}{m_c r_{mp}^2 M_{f2} + J_{\text{eff}}(m_c + M_{f2})},$$

$$A_{4,4} = -\frac{(m_c + M_{f2})(K_g^2 K_t K_m + B_{\text{eq}} R_m r_{mp}^2)}{R_m(m_c r_{mp}^2 M_{f2} + J_{\text{eff}}(m_c + M_{f2}))},$$

$$A_{6,3} = -\frac{K_{f2}(m_c r_{mp}^2(M_{f1} + M_{f2}) + J_{\text{eff}}(m_c + M_{f1} + M_{f2}))}{M_{f1}(m_c r_{mp}^2 M_{f2} + J_{\text{eff}}(m_c + M_{f2}))},$$

$$A_{6,4} = \frac{m_c(K_g^2 K_t K_m + B_{\text{eq}} R_m r_{mp}^2)}{R_m(m_c r_{mp}^2 M_{f2} + J_{\text{eff}}(m_c + M_{f2}))}$$

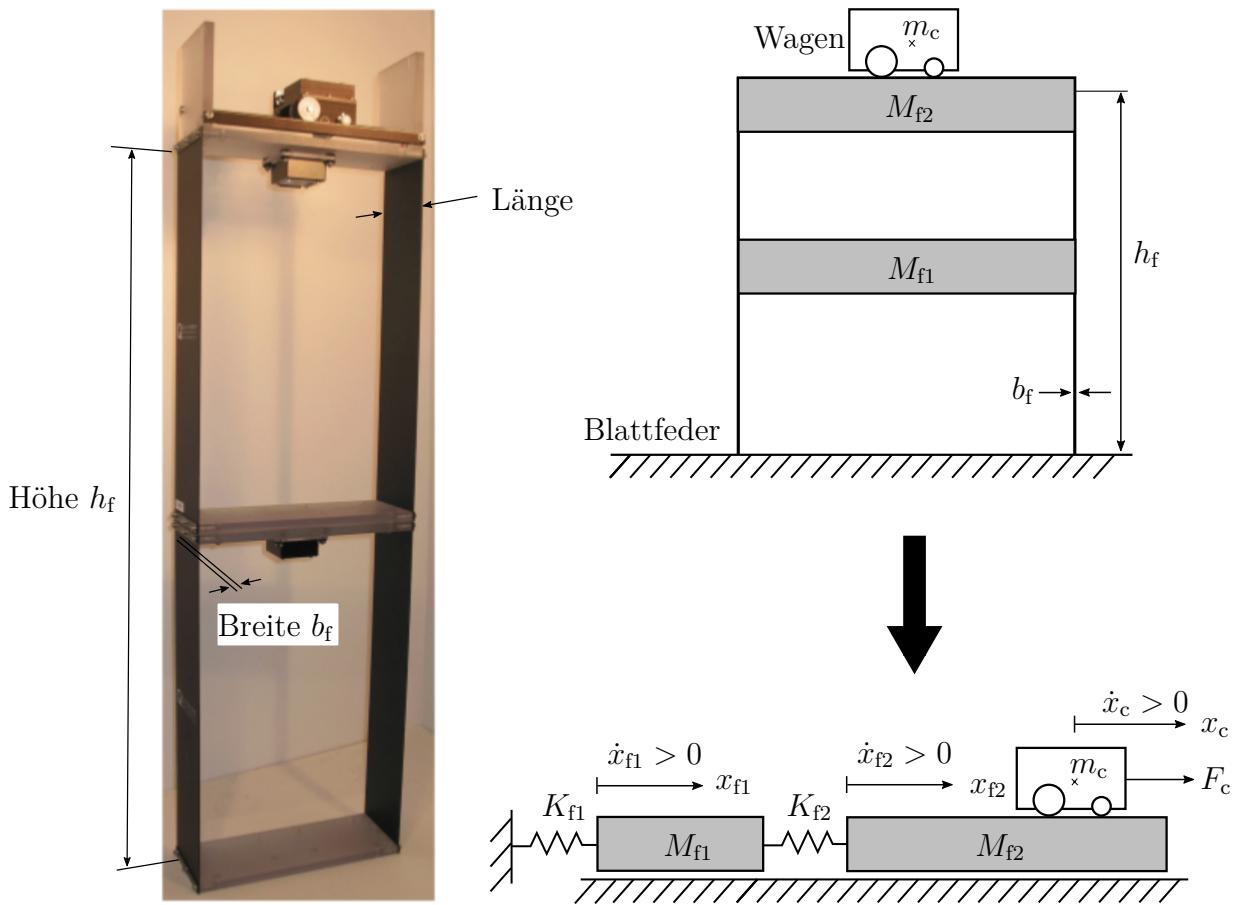


Abbildung B.5: (links) Zu bestimmende Geometriedaten. (rechts oben) Schematische Darstellung der flexiblen zweistöckigen Schwingstruktur von Quanser. (rechts unten) Ersatzmodell des Quanseraufbaus.

und die Matrizen **B**, **C**, **D** sind

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_g K_t r_{mp} (m_c + M_{f2})}{R_m (m_c r_{mp}^2 M_{f2} + J_{\text{eff}} (m_c + M_{f2}))} \\ 0 \\ -\frac{K_g m_c K_t r_{mp}}{R_m (m_c r_{mp}^2 M_{f2} + J_{\text{eff}} (m_c + M_{f2}))} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.11})$$

Tabelle B.2: Modell Parameter

Variable	Bedeutung	Matlab-Bezeichnung	Wert
J_{eff}	effektive Rotorträgheit	J_{eff}	$5.368 \cdot 10^{-6} \text{ kg/m}^2$
M_{f1}	Masse auf dem 1. Stock	M_{f1}	1.415 kg
M_{f2}	Masse auf dem 2. Stock	M_{f2}	1.975 kg
K_{f1}	Linearfedersteifigkeit 1. Stock	K_{f1}	194.96 N/m
K_{f2}	Linearfedersteifigkeit 2. Stock	K_{f2}	194.96 N/m

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_{f1}}{M_{f1}} & -\frac{K_{f2}}{M_{f1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{f1}}{M_{f1}} & A_{6,3} & A_{6,4} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{B.12})$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{K_g m_c K_t r_{mp}}{R_m m_c r_{mp}^2 M_{f2} + J_{\text{eff}}(m_c + M_{f2})} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.13})$$

In folgender Tabelle sind die verwendeten Bezeichnungen für die Systemparameter eingetragen. Für die Modellierung ist angenommen, dass die Materialdämpfung und Reibung im System vernachlässigbar klein sind. Eine detaillierte Herleitung der Bewegungsgleichungen ist in [?] zu finden.

Implementierung eines Zustandsbeobachter

Da die in Gleichung B.9 angegebenen Zustände nicht alle direkt messbar sind, z.B. die Auslenkungen der ersten und zweiten Stockwerke $x_{f1,2}$, soll ein Zustandsschätzer entworfen werden, um alle Zustände beobachten zu können. Der Zustandsbeobachter sieht wie folgt aus

$$\frac{\partial}{\partial t} X_o = \mathbf{A} X_o + \mathbf{B} U + \mathbf{G}(Y - Y_o) \quad \text{und} \quad Y_o = \mathbf{C} X_o + \mathbf{D} U \quad (\text{B.14})$$

wobei \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} die Systemmatrizen der Zustandsraumdarstellung aus Gleichung ?? entsprechen. Aus der Gleichung B.14 ist es ersichtlich, dass der Beobachter für die Zustandsschätzung des AMD2 Systems, U und Y als Eingangssignal benötigt wird. Zudem ist es erkennbar, dass der Zustandsbeobachter eine Kopie der Regelstrecke aus Gleichung B.9 mit einem Korrekturterm $(Y - Y_o)$ multipliziert mit einem Verstärkfaktor G dargestellt. Außerdem soll der in Gleichung B.14 geschätzte Zustandsvektor X_0 wiederum für eine Zustandsregelung verwendet werden. Das Reglergesetz sieht wie folgt



aus

$$(U = V_m) = -KX_o \quad . \quad (\text{B.15})$$

Das dynamisches Verhalten des Fehlers bei der Zustandsschätzung kann durch folgende Beziehung beschreiben werden

$$\frac{\partial X_e}{\partial t} = (\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C})X_e \quad , \quad (\text{B.16})$$

wobei $X_e = X - X_o$ der Schätzungsfehler darstellt. Aus Gleichung B.16 ist es ersichtlich, dass der Schätzungsfehler X_e genau dann asymptotisch gegen Null geht, wenn $(\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C})$ stabil ist. In anderen Worten, es soll der Verstärkungsfaktor \mathbf{G} so gewählt werden, dass alle Eigenwerte des Matrix $(\mathbf{A} - \mathbf{G}\mathbf{C})$ auf der linken komplexen Halbebene liegen.

Um alle Zustände zuverlässig beobachten zu können, muss ein sogenanntes Kalman Kriterium erfüllt werden. Ein System $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$ ist genau dann nach Kalman vollständig beobachtbar, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{S}_b vollrangig ist mit

$$\mathbf{S}_b = [\mathbf{C}, \mathbf{CA}, \mathbf{CA}^2, \dots, \mathbf{CA}^{(n-1)}]^T \quad , \quad (\text{B.17})$$

wobei $n = 6$ die Anzahl der Zustände darstellt.

Berechnung der Eigenfrequenzen eines mechanischen Systems

Ein ungedämpftes lineares System mit mehreren Freiheitsgraden kann mittels der Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f}(t) \quad (\text{B.18})$$

mit der Massenmatrix \mathbf{M} , der Steifigkeitsmatrix \mathbf{K} sowie den externen Kräften $\mathbf{f}(t)$ und dem Vektor der Freiheitsgrade \mathbf{q} beschrieben werden. Das freie Schwingungsproblem (ohne externe Kräfte) ergibt sich zu dem komplexen Eigenwertproblem

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})\tilde{\mathbf{q}}e^{i\omega t} = 0 \quad (\text{B.19})$$

für welches die Eigenwerte mit

$$\det(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) = 0 \quad (\text{B.20})$$

gefunden werden können. Hieraus ergibt sich die Periode der Schwingung $T = \frac{2\pi}{\omega}$ und die zugehörige Eigenfrequenz $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\omega$.



Aufgaben

Die folgenden Aufgaben sind während der Praktikumsdurchführung zu bearbeiten

Aufgabe 1: Systemmodelleierung in Simulink

1. Messen Sie die in Abbildung B.4 dargestellte Zusatzmasse m_b mit einer Digitalwaage und tragen Sie ihr Ergebnis in die entsprechende Stelle in `exercise_1.m`.
2. Berechnen Sie die PV-Reglerparameter K_p und K_v .

Hinweis: Zur Bestimmung der Parameter ζ und ω_n soll die in Gleichung B.6 angegebene Formel berücksichtigt werden.

Hinweis: Alle anderen benötigten Daten sind in Tabelle B.1 angegeben.

3. Messen Sie die in Abbildung B.5 dargestellten Geometriedaten und tragen Sie diese in `exercise_1.m` ein.
4. Berechnen Sie mit Hilfe eines Matlab Skriptes die Eigenwerte der Systemmatrix **A**. Welche Aussage können Sie über die Stabilität des offenen Regelkreises treffen? Wie kann die Stabilität des offenen Regelkreises noch erhöht werden?

Hinweis: Die Systemmatrizen können mit der Funktion `amd.get_system_matrices()` berechnet werden. Zur Bestimmung der Eigenwerte kann der Matlab Befehl `eig` verwendet werden.

5. Implementieren Sie die in Abbildung C.1 sowie C.2 dargestellten Anregungssignale im bestehenden Simulink-Modell `simulink_models/exercise1_sim_vs_exp.mdl`.

6. Starten Sie das Simulink Modell und visualisieren Sie die Systemantwort mit dem Scope-Block.

Hinweis: Als Ausgangsgrößen stehen Geschwindigkeiten/Beschleunigungen der 1. und 2. Stockwerke zur Verfügung.

7. Im folgenden wird der Versuchsstand in Betrieb genommen und die simulativen mit den experimentellen Ergebnissen verglichen.
8. Vergleichen Sie die Ergebnisse der Simulation und der Messungen.
 - Welche Unterschiede sind zu erkennen?
 - Nennen Sie Gründe für die Abweichung zwischen der Simulation und der Messung

Aufgabe 2: Anregung der ersten und zweiten Eigenschwingungsformen des Systems

1. Berechnen sie die Eigenfrequenzen der Schwingstruktur.

Hinweis: Die Massen- sowie Steifigkeitsmatrix der Schwingstruktur sind in

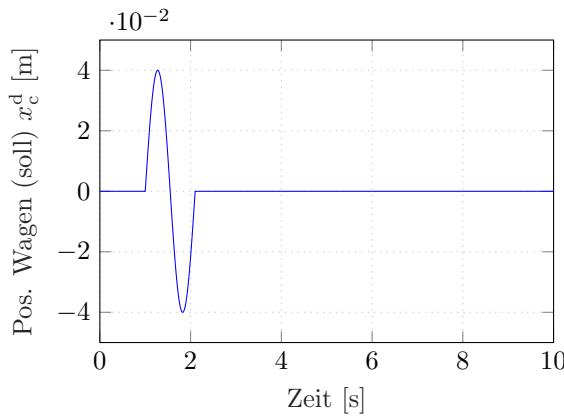


Abbildung C.1: Anregungssignal in Form einer Sinuswelle mit einer Frequenz von $f=0.9\text{Hz}$ und mit einer Amplitude von 40mm.

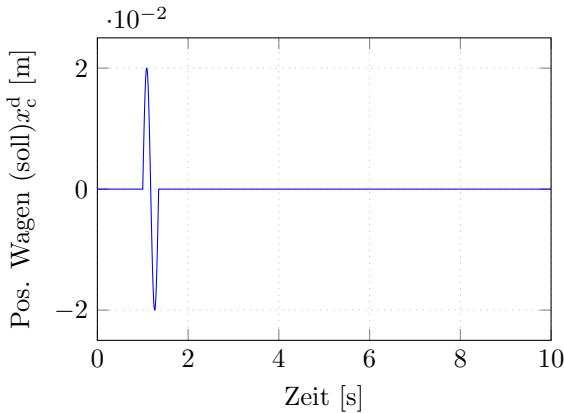


Abbildung C.2: Anregungssignal in Form einer Sinuswelle mit einer Frequenz von $f=2.85\text{Hz}$ und mit einer Amplitude von 20mm.

`exercise_2.m` gegeben.

Hinweis: Nutzen Sie zur Berechnung der Eigenfrequenzen Gleichung B.20.

2. Implementieren Sie das in Abbildung C.3 dargestellte Anregungssignal mit den soeben berechneten Eigenfrequenzen im `sim_model.mdl` Simulink-Modell.
3. Um den Quanser-Versuchsstand in Betrieb zu nehmen, kompilieren und starten Sie das `simulink_models/exercise_2_mode_excitation.mdl` Simulink-Modell.
4. Stellen Sie die Systemantwort, in diesem Fall die Beschleunigung des ersten und zweiten Stockwerks $\ddot{x}_{f1,2}$ grafisch dar.
5. Wie unterscheidet sich das Systemverhalten zwischen der ersten und der zweiten Phase der Anregung.

Aufgabe 3: Vergleich mit und ohne aktive Tilgung

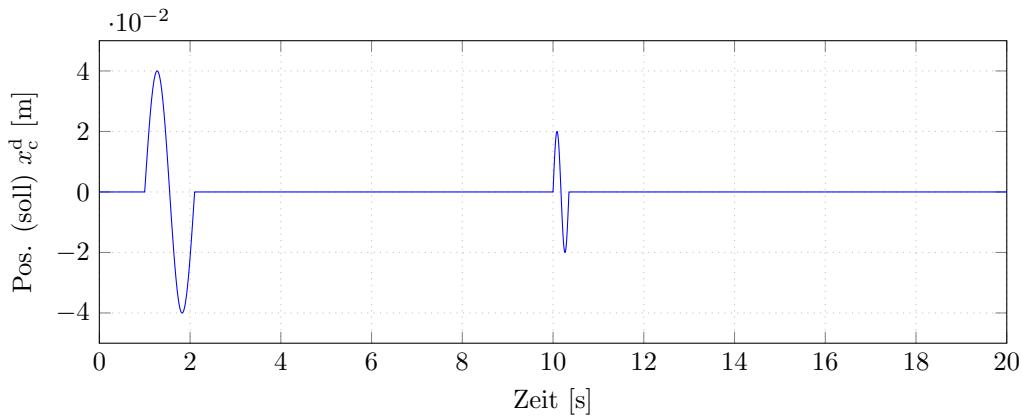


Abbildung C.3: Anregungssignal mit zwei Phasen von jeweils 10s.

1. Berechnen Sie die Beobachtbarkeitsmatrix S_b . Ist das System vollständig beobachtbar?

Hinweis: Die Systemmatrizen $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ können mit der Funktion `amd.get_system_matrices()` berechnet werden..

Nun sollen Sie die Reglerparameter K und \mathbf{G} in Gleichung B.15 und B.14 unter der Berücksichtigung von folgenden Regleranforderungen

$$\begin{aligned} t_{s2} &\leq 1.5s & \text{mit} & \quad |x_{f2}| \leq 2.5\text{mm} \\ t_{s1} &\leq 1.5s & \text{mit} & \quad |x_{f1}| \leq 3.0\text{mm} \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

bestimmen. Die Anforderungen in Gleichung C.1 spezifizieren, wie hoch die Einschwingzeit $t_{s1,2}$ und die maximale Schwingungamplitude $x_{f1,2}$ des jeweiligen Stockwerkes für eine gegebene Anfangsauslenkungen von 10mm sein darf.

2. Um die Regleranforderungen zu erfüllen, sollen Sie den Verstärkungsfaktor K des Zustandsregler (Siehe Gleichung) so wählen, dass die Pole des geschlossenen Reglerkreises wie folgt aussehen

$$-4 + 5i, -4 - 5i, -7 + 8i, -7 - 8i, -10 + 12i, -10 - 12i \quad . \quad (\text{C.2})$$

Hinweis: Verwenden Sie das Matlab Befehl `place` um den Parameter K zu bestimmen.

3. Um alle Zustände robust beobachten zu können, sollen Sie nun die Verstärkungsmatrix \mathbf{G} bestimmen. Wählen Sie anhand des Matlab-Befehls `place` der Faktor \mathbf{G} so aus, dass alle Eigenwerte der Matrix $(\mathbf{A} - \mathbf{GC})$ wie folgt aussehen

$$-10, -15, -20, -25, -30, -35 \quad . \quad (\text{C.3})$$

4. Vergewissern Sie sich beim Praktikumsbetreuer, dass die Reglerparameter K und \mathbf{G} richtig gewählt sind.



5. Kompilieren und starten Sie das Simulink Modell `exercise3_active_damping_sim.mdl` Simulink Modell. Verwenden Sie das vorgegebene Anregungssignal des Simulink-System-Blocks `Disturbance Setpoint Sequence` in das dem Simulink Modell.
6. Stellen Sie die Ergebnisse grafisch dar. Vergleichen Sie die Systemantwort mit und ohne aktiver Schwingungstilgung.