



25. August 2016

Bachelorprüfung in Technische Mechanik II/III

Nachname, Vorname	
<div></div>	
E-Mail-Adresse (Angabe freiwillig)	
<div></div>	
Matr.-Nummer	Fachrichtung
<div></div>	<div></div>

1. Die Prüfung umfasst 5 Aufgaben auf 7 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den gegebenen Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen **nicht** voneinander getrennt werden.
5. Als Hilfsmittel sind ausschließlich 6 Seiten Formelsammlung (entspricht 3 Blättern DIN-A4 doppelseitig) zugelassen. Elektronische Geräte sind ausdrücklich **nicht** zugelassen.
6. Bearbeitungszeit: 120 Minuten.
7. Unterschreiben Sie die Prüfung **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

.....  
(Unterschrift)

Punkte	Korrektur
$\Sigma$	

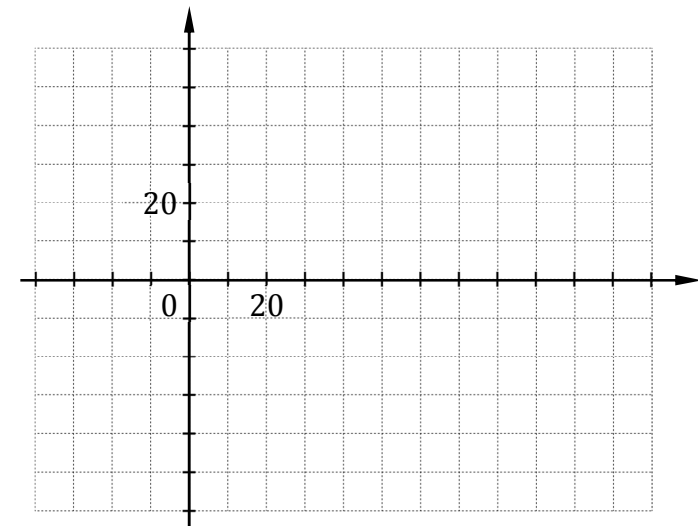
Aufgabe 1 (8 Punkte)

Der Spannungszustand im Punkt P eines Bauteils soll untersucht werden. Für einen Schnitt a – a durch das Bauteil sind die Normalspannung  $\sigma_a = 20 \text{ N/mm}^2$  und die Schubspannung  $\tau_a = -40 \text{ N/mm}^2$  bekannt. Die Differenz zwischen den beiden Hauptspannungen beträgt  $\Delta\sigma = 100 \text{ N/mm}^2$ .

- a) Wie groß ist der Betrag der maximalen Schubspannung im Punkt P?

$$|\tau_{\max}| = \text{-----}$$

- b) Zeichnen Sie den Mohrschen Spannungskreis für den Punkt P. Beschriften Sie die Achsen und kennzeichnen Sie den Schnitt a – a.



- c) Wie groß sind die beiden Hauptspannungen im Punkt P?

$$\sigma_1 = \text{-----}, \quad \sigma_2 = \text{-----}$$

- d) Welche Gestalt nimmt der Mohrsche Spannungskreis im allgemeinen dreidimensionalen Fall an?

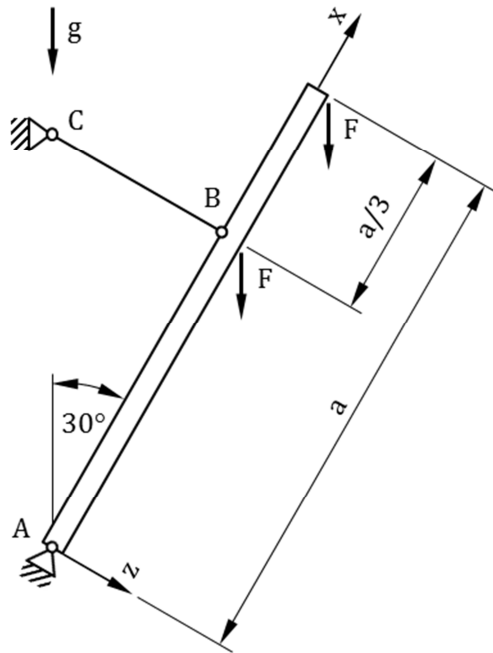
☐ Kugel

☐ Ellipsoid

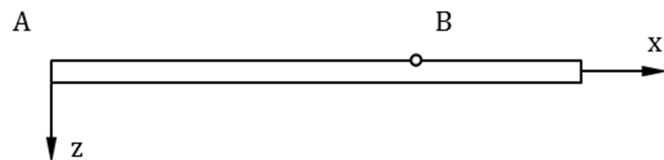
☐ drei Kreise

## Aufgabe 2 (18 Punkte)

Zu Dekorationszwecken sind im Eingangsbereich einer Veranstaltungshalle Fahnen an Fahnenstangen angebracht. Eine solche Fahnenstange kann als masseloser, homogener Balken der Länge  $a$  und der Biegesteifigkeit  $EI$  betrachtet werden. Der Balken ist im Punkt A drehbar an der Wand gelagert. Weiterhin ist er im Punkt B über einen masselosen, undehnbaren Stab mit der Hallenwand (Punkt C) verbunden. Die auf den Balken wirkende Last infolge des Gewichts der Fahne wird vereinfachend über zwei Einzelkräfte  $F$  modelliert. Das System ist im Gleichgewicht.



- a) Schneiden Sie den Balken frei, zeichnen Sie in die Freischnittskizze alle wirkenden Kräfte und Momente ein und benennen Sie diese.



- b) Geben Sie die Gleichgewichtsbedingungen für den Balken an.

-----

-----

-----

- c) Bestimmen Sie die Lagerkraft im Punkt A sowie die Stabkraft im Punkt B.

-----, -----

-----

- d) Bestimmen Sie unter Verwendung von Klammerfunktionen die Verläufe der Normalkraft, der Querkraft und des Biegemoments in Abhängigkeit der  $x$ -Koordinate.

$N(x) =$  -----

-----

$Q(x) =$  -----

-----

$M(x) =$  -----

-----

- e) Geben Sie die Biegelinie des Balkens mit noch unbestimmten Integrationskonstanten  $C_1$  und  $C_2$  an.

$w(x) =$  -----

-----

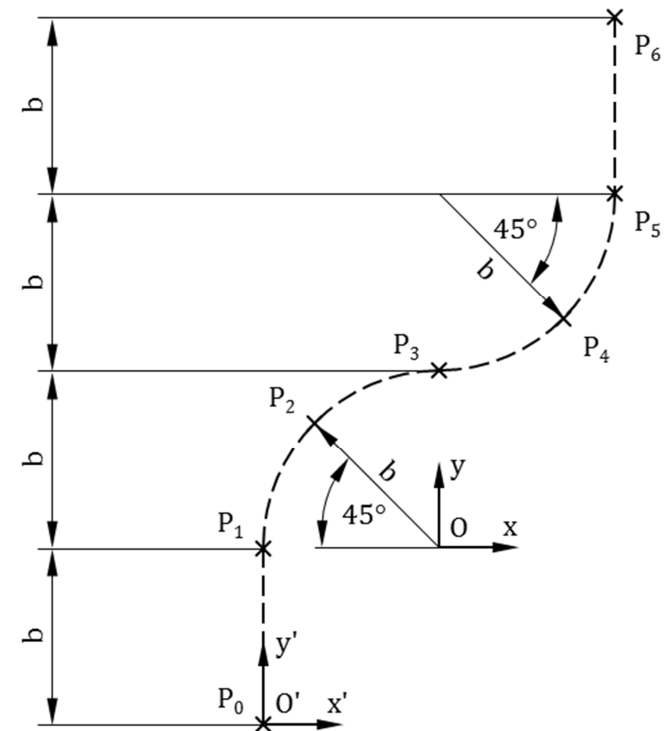
-----

- f) Wie lauten die Randbedingungen zur Bestimmung der Integrationskonstanten der Biegelinie, die sich aus der Lagerung des Balkens ergeben?

-----, -----

### Aufgabe 3 (13 Punkte)

Ein Rennwagen durchfährt die unten abgebildete Schikane (gestrichelte Linie, Einfahrt an  $P_0$ , Ausfahrt an  $P_6$ ). Diese setzt sich aus vier Teilabschnitten zusammen, zwei Geraden ( $P_0P_1$  und  $P_5P_6$ ) sowie zwei Viertelkreisen ( $P_1P_3$  und  $P_3P_5$ ). Um die Spur während der Durchfahrt der Schikane halten zu können, muss der Wagen zunächst seine Geschwindigkeit in Fahrtrichtung verringern. Deshalb verzögert er im Abschnitt  $P_0P_2$  von der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  mit der konstanten Beschleunigung  $-a$ . Im Mittelabschnitt  $P_2P_4$  hält der Wagen seine betragsmäßige Geschwindigkeit von  $v_m > 0$  konstant. Nach Passieren des Punkts  $P_4$  erhöht der Wagen seine Geschwindigkeit in Fahrtrichtung mit der konstanten Beschleunigung  $a$ . Die  $y'$ -Richtung des körperfesten Koordinatensystems  $K'$  mit Ursprung  $O'$  zeigt stets in Fahrtrichtung des Rennwagens. Im Ursprung  $O$  des Inertialsystems  $K$  sitzt ein Zuschauer.



- a) Wie lang ist die vom Rennwagen bei der vollständigen Durchfahrt der Schikane zurückgelegte Wegstrecke  $s_{06}$ ?

$s_{06} =$  \_\_\_\_\_

- b) Wie hoch ist die betragsmäßige Geschwindigkeit des Rennwagens im Mittelabschnitt  $P_2P_4$ ?

$v_m =$  \_\_\_\_\_

- c) Wie lautet der Vektor der Drehgeschwindigkeit  $\omega_{KK',K}$  des körperfesten Koordinatensystems  $K'$  gegenüber dem Inertialsystem  $K$  für den Abschnitt  $P_2P_3$  dargestellt im Inertialsystem?

$$\omega_{KK',K} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

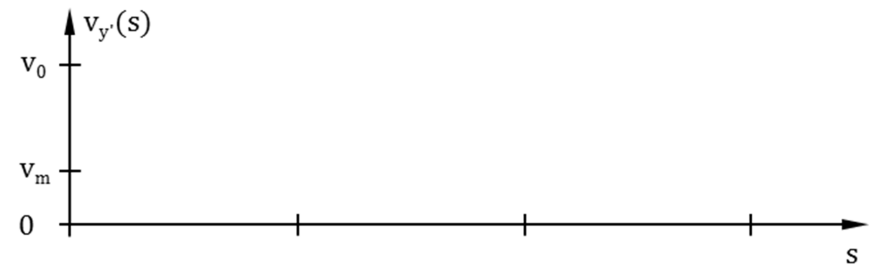
- d) Geben Sie den Verdrehwinkel zwischen dem körperfesten Koordinatensystem  $K'$  und dem Inertialsystem  $K$  zu Beginn des Abschnitts  $P_2P_3$  an.

\_\_\_\_\_

- e) Geben Sie die Drehmatrix  $C_{KK'}$  an, welche die Verdrehung des körperfesten Koordinatensystems  $K'$  gegenüber dem Inertialsystem  $K$  während des Abschnitts  $P_2P_3$  beschreibt. Der Wagen passiert den Punkt  $P_2$  zum Zeitpunkt  $t_2$ .

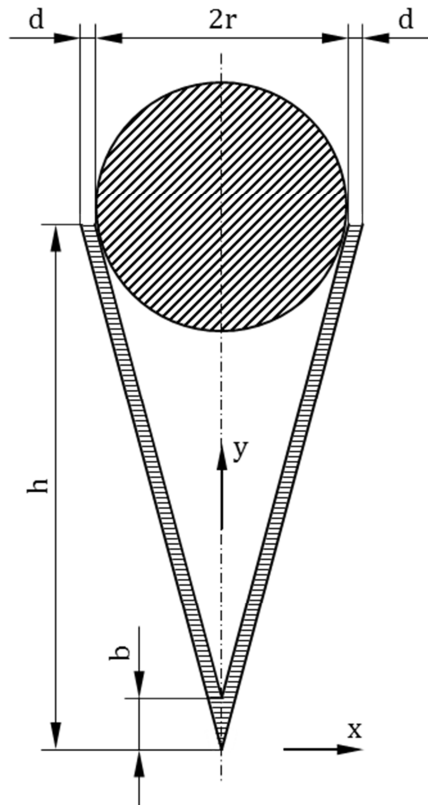
$$C_{KK'} = \begin{bmatrix} \phantom{0} & \phantom{0} & \phantom{0} \\ \phantom{0} & \phantom{0} & \phantom{0} \\ \phantom{0} & \phantom{0} & \phantom{0} \end{bmatrix}$$

- f) Skizzieren Sie den Verlauf der Geschwindigkeit des Rennwagens in  $y'$ -Richtung als Funktion der zurückgelegten Wegstrecke  $s$ . Bei der Einfahrt in die Schikane am Punkt  $P_0$  ist  $s = 0$  m. Ergänzen Sie die fehlende Bemaßung der Abszisse ( $s$ -Achse).



#### Aufgabe 4 (10 Punkte)

Die Massenträgheitseigenschaften eines Speiseeises bezüglich dessen Rotationssymmetrieachse ( $y$ -Achse) sollen untersucht werden. Das Eis besteht aus einer Eistüte und einer Eiskugel. Die Eistüte kann als Hohlkreiskegel der Höhe  $h$ , der Dicke  $d$ , des Grundflächenradius  $r + d$  sowie der homogenen Dichte  $\rho_T$  aufgefasst werden. Die Eiskugel hat den Radius  $r$  und die homogene Dichte  $\rho_E$ .



a) Geben Sie die Masse der Eiskugel an.

$$m_E = \text{-----}$$

b) Geben Sie das Massenträgheitsmoment der Eiskugel bezüglich der eingezeichneten Symmetrieachse ( $y$ -Achse) an.

$$J_E = \text{-----}$$

c) Wie lässt sich der Radius der äußeren Mantelfläche der Eistüte als Funktion der  $y$ -Koordinate beschreiben?

$$R_{Ta}(y) = \text{-----}$$

d) Wie lautet das Integral zur Berechnung der Masse eines Vollkreiskegels, der dieselbe Dichte sowie dieselben Außenabmessungen wie die Eistüte besitzt?

$$m_K = \text{-----}$$

e) Geben Sie die Masse der Eistüte an.

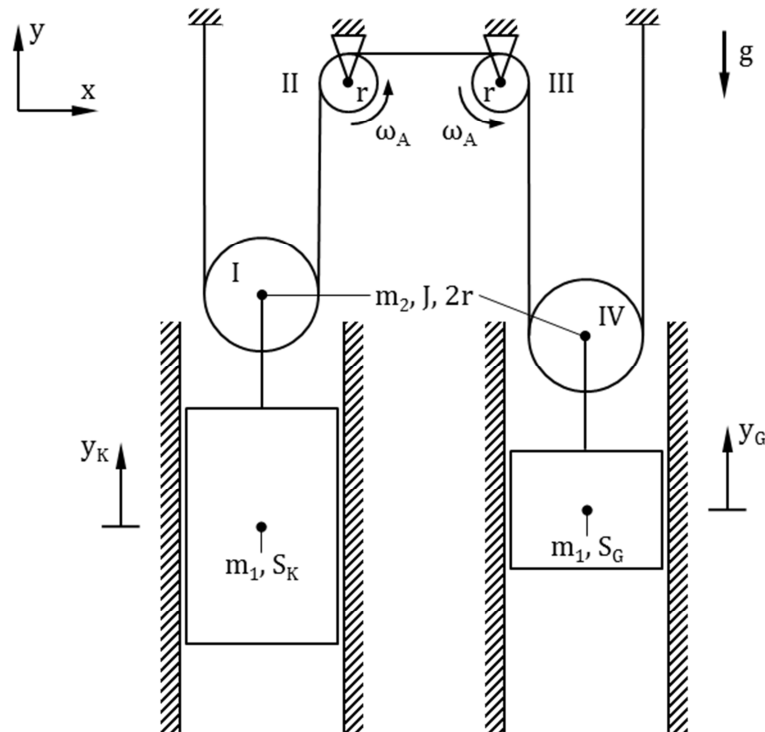
$$m_T = \text{-----}$$

f) Wie berechnet sich das Massenträgheitsmoment des gesamten Speiseeises bezüglich der eingezeichneten Symmetrieachse ( $y$ -Achse) aus dem Trägheitsmoment der Eistüte  $J_T$  und dem der Eiskugel  $J_E$ ?

$$J_{\text{ges}} = \text{-----}$$

### Aufgabe 5 (16 Punkte)

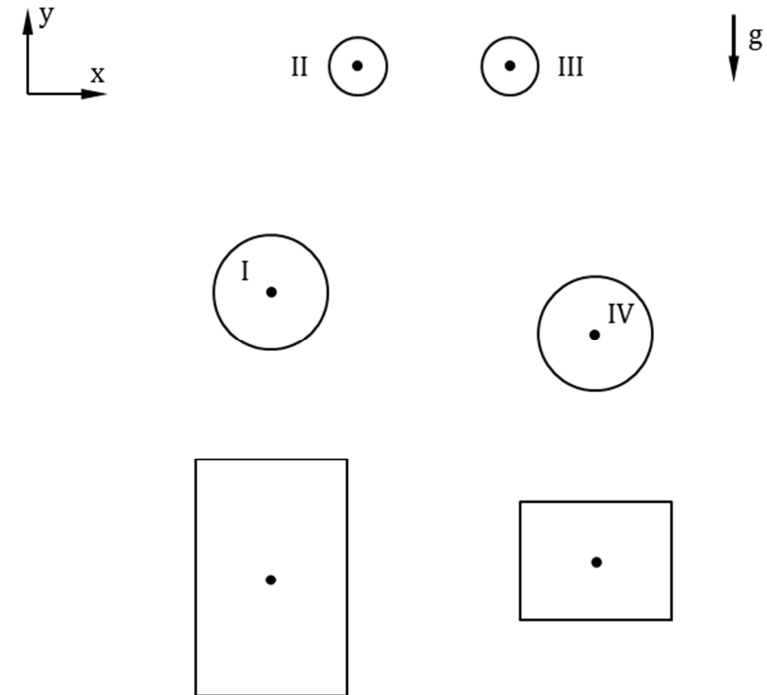
Im Folgenden ist die Vertikaldynamik des im Stuttgarter Fernsehturm installierten Seilaufzugs zu untersuchen. Der Aufzug besteht aus einer Passagierkabine K (Masse  $m_1$ , Schwerpunkt  $S_K$ ), einem Gegengewicht G (Masse  $m_1$ , Schwerpunkt  $S_G$ ), zwei ortsveränderlichen Tragrollen I und IV (Masse jeweils  $m_2$ , Trägheitsmoment bezüglich Schwerpunkt jeweils  $J$ , Radius jeweils  $2r$ ) sowie zwei ortsfesten Antriebsrollen II und III (masselos, Radius jeweils  $r$ ). Alle Rollen sind reibungsfrei gelagert. Das Tragseil ist als masselos sowie undeformierbar zu betrachten. Zwischen dem Seil und den Rollen tritt kein Gleiten auf. Die Passagierkabine und das Gegengewicht bewegen sich lediglich translatorisch in y-Richtung. Bei eingeschaltetem Antrieb drehen sich die beiden Antriebsrollen mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_A$  und übertragen jeweils das Antriebsmoment  $M_A$ . Bei ausgeschaltetem Antrieb sind sie frei drehbar.



- a) Wie viele Freiheitsgrade besitzt das ebene System bei ausgeschaltetem Antrieb?

$f = \text{-----}$

- b) Schneiden Sie das System frei, zeichnen Sie in die Freischnittsskizze alle bei eingeschaltetem Antrieb wirkenden Kräfte und Momente ein und benennen Sie diese.



- c) Zeichnen Sie in obige Freischnittsskizze den Momentanpol  $P_I$  der Rolle I ein.

- d) Wie lauten die kinematischen Beziehungen zwischen  $\omega_A$ ,  $\dot{y}_K$  und  $\dot{y}_G$ ?

$\dot{y}_K(\omega_A) = \text{-----}$ ,  $\dot{y}_G(\dot{y}_K) = \text{-----}$

- e) Geben Sie das Trägheitsmoment der Rolle I bezüglich deren Momentanpol  $P_I$  an.

-----

- f) Stellen Sie die Drallsätze für die Rollen I und IV bezüglich deren Momentanpole auf.

-----

-----

- g) Geben Sie die Impulssätze in vertikaler Richtung für die Kabine und das Gegengewicht an.

-----

-----

- h) Wie groß ist die zwischen Kabine und Rolle I wirkende Kraft?

-----

- i) Wie lange benötigt der Aufzug, um seine betragsmäßige Höchstgeschwindigkeit von  $|\dot{y}_K|_{\max} = 5 \text{ m/s}$  zu erreichen, wenn er aus der Ruhe heraus startet, der Radius  $r = 0.4 \text{ m}$  beträgt und der Betrag der Winkelbeschleunigung  $\dot{\omega}_A$  linear um  $2 \text{ rad/s}^2$  pro Sekunde ansteigt?

-----

ENDE

