Schwingungen

Schwingungen sind typisch für den Maschinenbau. Elastisch oder pendelnd aufgehängte Maschinenteile können zu Schwingungen angeregt werden.



Warum werden Maschinenteile elastisch oder pendelnd aufgehängt?

- Schwingungsisolation (Radaufhängung, Motoren, Waschmaschinentrommel etc.)
- Leichtbau (Kranseil, Roboterarme, Tragflügelflattern, Werkzeugmaschinenrattern etc.)
- Schwingungserzeugung (Uhrenpendel, Rüttelsiebe, Klaviersaite, Schaukel etc.)
- Gleichgewichtslagen (Zeigerinstrumente etc.)

Wodurch werden Schwingungen angeregt?

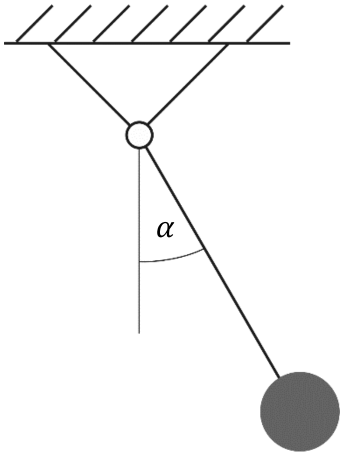
- Anfangsauslenkung (Schaukel, Roboterarm etc.)
- Stöße (Radaufhängung, Klaviersaite etc.)
- selbsterregte Schwingungen (Tragflügelflattern, Kreiselinstabilitäten etc.)
- parametererregte Schwingungen (Zeigerinstrumente etc.)
- periodische Anregungen (Motoren, Waschmaschine, Rüttelsieb etc.)

→ Schwingungslehre ist eine umfangreiche Wissenschaft für alle Schwingungserscheinungen. Begriffe der Schwingungslehre entsprechend der Norm DIN 1311.

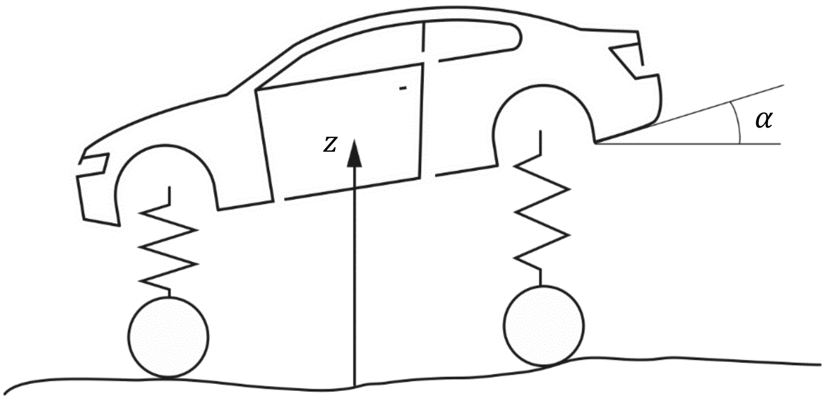
Einteilung der Schwingungen

Anzahl der Freiheitsgrade

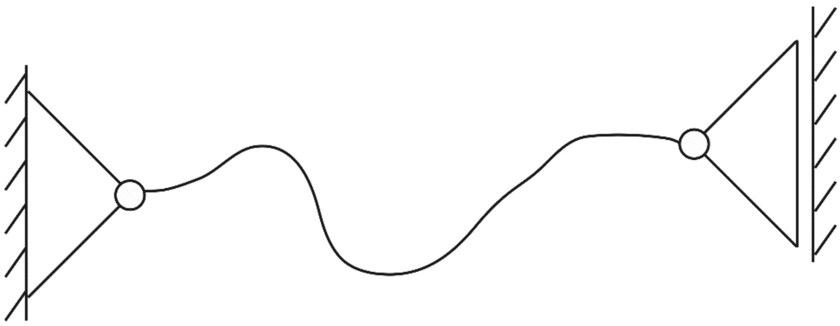
- einfacher (einläufiger) Schwinger $f = 1$



- mehrfache Schwinger $1 < f < \infty$



- kontinuierliche Schwinger $f \to \infty$



stetige Massen- und Steifigkeitsverteilung

Art der Differentialgleichung

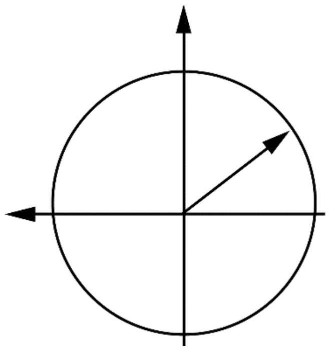
- lineare Schwingungen: z.B. $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$
- nichtlineare Schwingungen: z.B. $\ddot{x} + \omega^2 \sin x = 0$

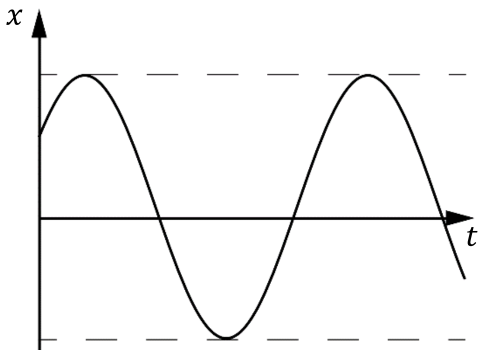
Entstehungsmechanismus

- freie Schwingungen: keine Energiezufuhr, einmaliger Anstoß von außen
- selbsterregte Schwingungen: selbstgesteuerte Energiezufuhr
  $\ddot{x} + f(x, \dot{x}) = 0$
- parametererregte Schwingungen: Energiezufuhr durch periodisch veränderliche Parameter
  $\ddot{x} + p(t)x = 0$

Harmonische Schwingungen (Sinusschwingungen)

- reelle Darstellung: $x(t) = C\cos(\omega t - \varphi)$





Amplitude:	C
Periode (Schwingzeit):	$T = \frac{2\pi}{\omega}$
Eigen(kreis)frequenz:	ω
Phasenverschiebung / Nullphasenwinkel:	φ

- komplexe Darstellung: $z(t) = x(t) + \mathrm{i}\, y(t) = C\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t - \varphi)}$

$$= \underbrace{C\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}}_{\bar{C}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} = \bar{C}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$$

hieraus folgt mit der Euler‘schen Formel

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t} = \cos \omega t + \mathrm{i} \sin \omega t$$

durch Koeffizientenvergleich

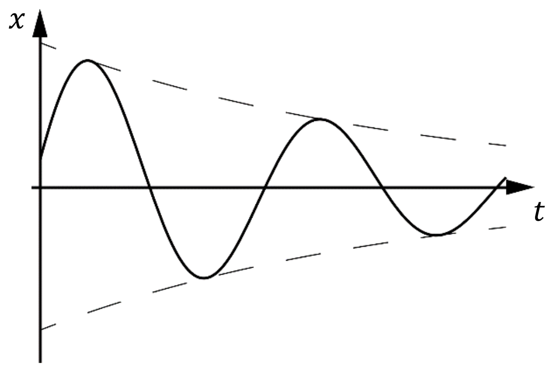
$$x(t) = \mathrm{Re}\{\bar{C}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}\}$$

Zeiger der harmonischen Schwingung (komplexe Amplitude)

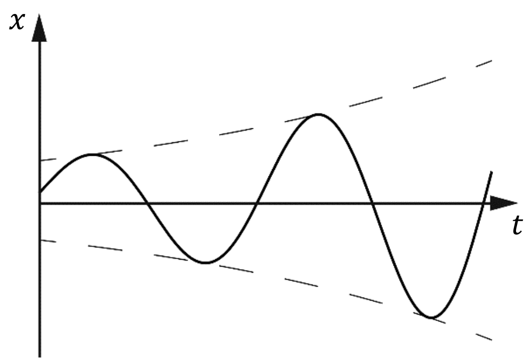
$$\bar{C} = C\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}$$

Zeigerdarstellung vereinfacht die Addition zweier Schwingungen gleicher Frequenz (z.B. Wechselströme).

Sinusverwandte Schwingungen

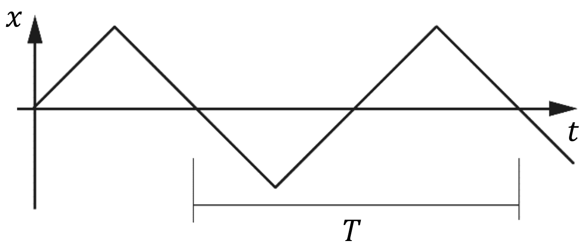


gedämpfte / asymptotisch stabile Schwingung

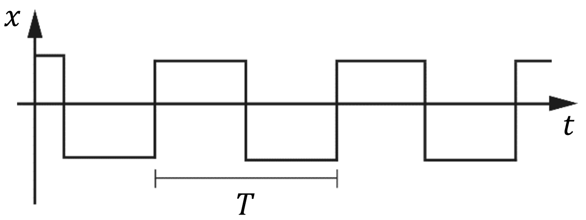


entdämpfte Schwingung (selbst anfachend)
→instabil

Allgemeine periodische Schwingungen



Dreiecksschwingung



Rechteckschwingung

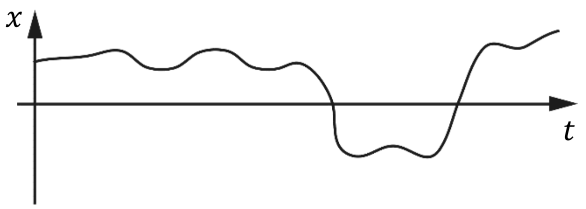
$x(t) = x(t+T)\ldots$ periodisch

Mit Hilfe der Periode T ist eine Fourier-Zerlegung möglich

$x(t) = \frac{C_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(k\omega t - \varphi_k)$

Sonderfall: $k = 1$: harmonische Schwingung

Nichtperiodische Schwingungen



z.B. chaotische Bewegung (nichtlineare Dynamik),
zufällige Bewegungen (stochastische Prozesse) → Rauschvorgänge