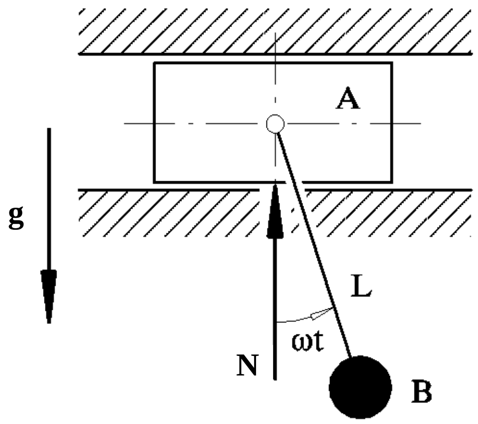
Aufgabe 1:



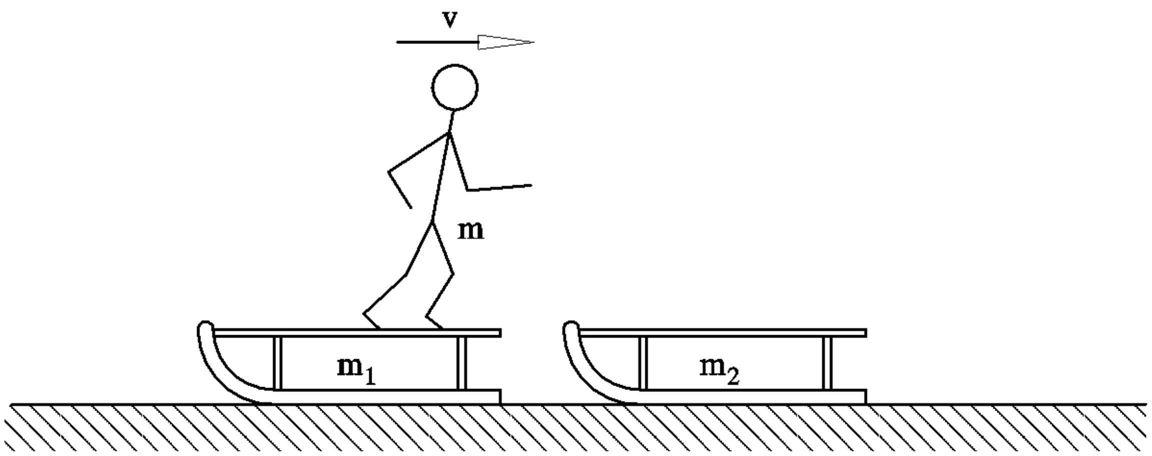
Der Körper A mit dem Gewicht G_1 bewegt sich in einer glatten Führung. Im Schwerpunkt von A ist das Pendel B vom Gewicht G_2 und der Pendellänge L befestigt. Die Pendelstange ist masselos und dreht sich mit der konstanten Drehgeschwindigkeit ω .

Wie groß ist die Normalkraft N, die auf den Körper A wirkt?

N = _

Aufgabe 2: Ein Kind der Masse m springt mit der **Absolutgeschwindigkeit** v von einem Schlitten der Masse m_1 auf einen dahinter stehenden Schlitten der Masse m_2. Die Schlitten befinden sich auf einem gefrorenen See und waren zu Beginn in Ruhe.

Wie groß ist die Geschwindigkeit der Schlitten, nachdem das Kind auf dem Schlitten 2 steht, wenn von Reibungseinflüssen abgesehen wird?



v_1 = _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

v_2 = _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Aufgabe 3: Einer Punktmasse m sei die Kraft $\mathbf{F}$ eingeprägt.

Welche Bedingung muss $\mathbf{F}$ erfüllen, damit der Betrag der Geschwindigkeit $\mathbf{v}$ konstant bleibt?

Aufgabe 4: In einer Publikation des Deutschen Verkehrssicherheitsrats über das Anlegen von Gurten im Straßenverkehr findet sich folgender Text:

Tatsache ist:

Um sich bei einem Aufprall mit "nur" 30 km/h abstützen zu können, müßte man ein Gewicht von weit über 1 Tonne (1.200 kg) stemmen können. Das kann niemand.

Zur Überprüfung dieser Aussage nehmen Sie an, dass Sie bei einem Aufprall mit der Geschwindigkeit v den Weg s zur Verfügung haben, um Ihren Körper (Masse m) mit der konstanten Kraft F abzubremsen, bevor er auf das Lenkrad trifft.

a) Wie groß ist die erforderliche Kraft?

$F = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$

b) Welcher Zahlenwert ergibt sich für $m = 50\ \mathrm{kg}$, $v = 30\ \mathrm{km/h}$ und $s = 30\ \mathrm{cm}$?

$F \approx \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\ \mathrm{N}$

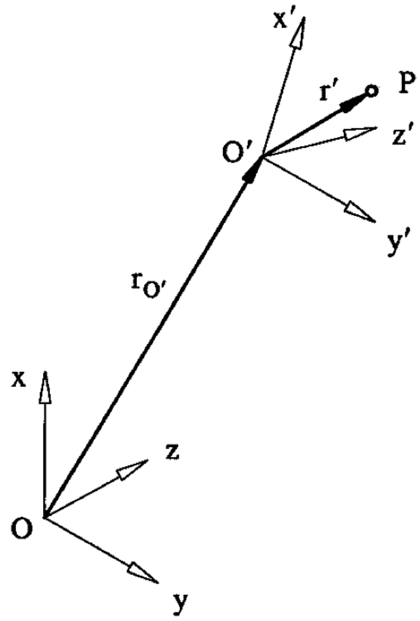
Hinweis: Dies war im WS 99/00 eine Prüfungsaufgabe für die Technische Mechanik II.

Aufgabe 1:

Die Lage des Punktes P wird im Koordinatensystem K' durch den Vektor $\mathbf{r}_{O'P,K'} = [at \quad bt^2 \quad 0]$ beschrieben. Der Ursprung O' von K' ist durch den konstanten Ortsvektor $\mathbf{r}_{OO',K} = [x_0 \quad y_0 \quad z_0]$ festgelegt und die Orientierung von K' gegenüber K ist durch die Transformationsmatrix

$$\mathbf{C}_{KK'} = \begin{bmatrix} \cos\omega t & 0 & -\sin\omega t \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\omega t & 0 & \cos\omega t \end{bmatrix}, \quad \omega = \text{konst}.$$

bestimmt.



a) Um welche Achse werden die Koordinatensysteme zueinander verdreht?

☐ x-Achse ☐ y-Achse ☐ z-Achse

b) Mit welchem Winkel erfolgt die Verdrehung?

☐ ωt ☐ $-\omega t$ ☐ ω ☐ $-\omega$

c) Wie lautet der Ortsvektor $\mathbf{r}_{OP,K}$ von O nach P?

$$\mathbf{r}_{OP,K} = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

d) Welche Relativgeschwindigkeit hat der Punkt P gegenüber dem Koordinatensystem K'?

$$\mathbf{v}_{O'P,K'} = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

e) Wie groß ist die Absolutgeschwindigkeit des Punktes P in Koordinaten des raumfesten Koordinatensystems K?

$$\mathbf{v}_{OP,K} = \begin{bmatrix} \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \end{bmatrix}$$

f) Bestimmen Sie die Führungs-, Coriolis- und Relativbeschleunigung von P dargestellt in K'?

$$\mathbf{a}_{F,K'} = \begin{bmatrix} \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_{C,K'} = \begin{bmatrix} \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \end{bmatrix}$$

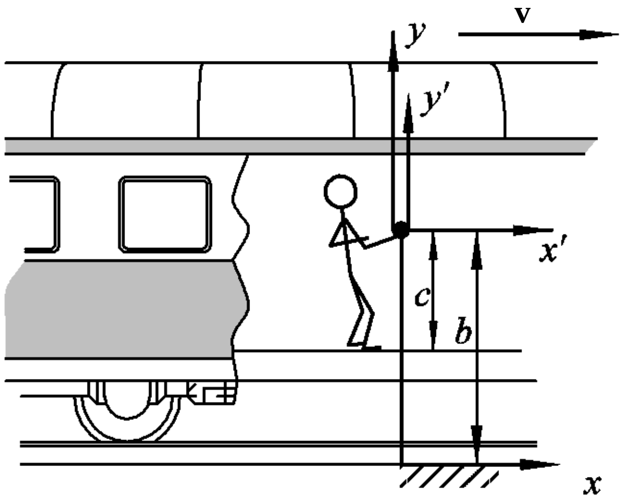
$$\mathbf{a}_{O'P,K'} = \begin{bmatrix} \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \end{bmatrix}$$

g) Wie groß ist die Absolutbeschleunigung von P in K?

$$\mathbf{a}_{OP,K} = \begin{bmatrix} \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \\ \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{1.5cm}{0.4pt} & \rule{0.5cm}{0.4pt} \end{bmatrix}$$

Ergänzung: Überprüfen Sie das Ergebnis von Teil g) durch Berechnung auf einem anderen Weg.

Aufgabe 1:



Ein vielbeschäftigter Jongleur probt in einem Intercity−Zug einen Trick. Er wirft dazu einen Ball (Masse m) mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben. Der Zug fährt zum Abwurfzeitpunkt ($t = 0$) mit der Geschwindigkeit v, wird aber leider mit der konstanten Verzögerung a abgebremst.

a) Wie lautet der Impulssatz für den Ball im raumfesten x,y−Koordinatensystem?

$$\begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

b) Wie lautet der Impulssatz für den Ball im mitbewegten x',y'−Koordinatensystem?
(x',y'−Koordinatensystem ist zugfest)

$$\begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

c) Welche Flugbahn beobachten die Fahrgäste?

$x'(t) =$ _

$y'(t) =$ _

$y'(x') =$ _

d) Welche Flugbahn sieht ein Bahnwärter an der Strecke?

x(t) = _

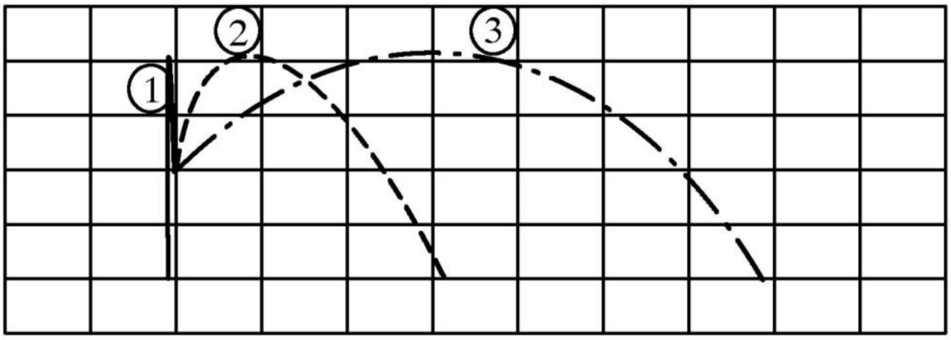
y(t) = _

y(x) = _

e) Der Trick misslingt, der Ball fällt zu Boden. Berechnen Sie den Auftreffpunkt.

x′ = _

In der folgenden Skizze sind 3 Flugbahnen qualitativ dargestellt.



f) Ordnen Sie diese Flugbahnen den Beobachtern zu.

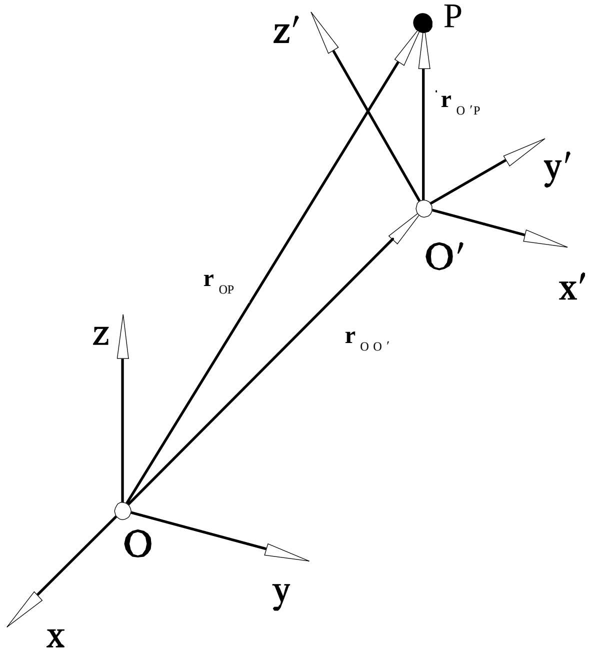
Flugbahn / Beobachter	1	2	3
Fahrgäste			
Bahnwärter			

g) Welche Flugbahnen werden beobachtet, falls der Zug nicht abgebremst wird?

Flugbahn / Beobachter	1	2	3
Fahrgäste			
Bahnwärter			

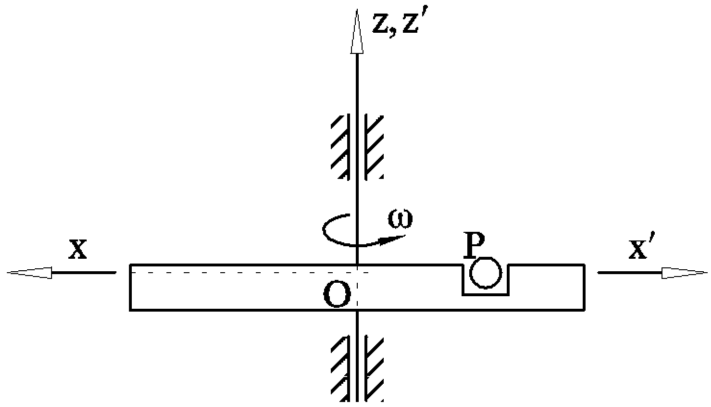
Aufgabe 2:

Welche der folgenden Terme gehören zu den Relativkräften?



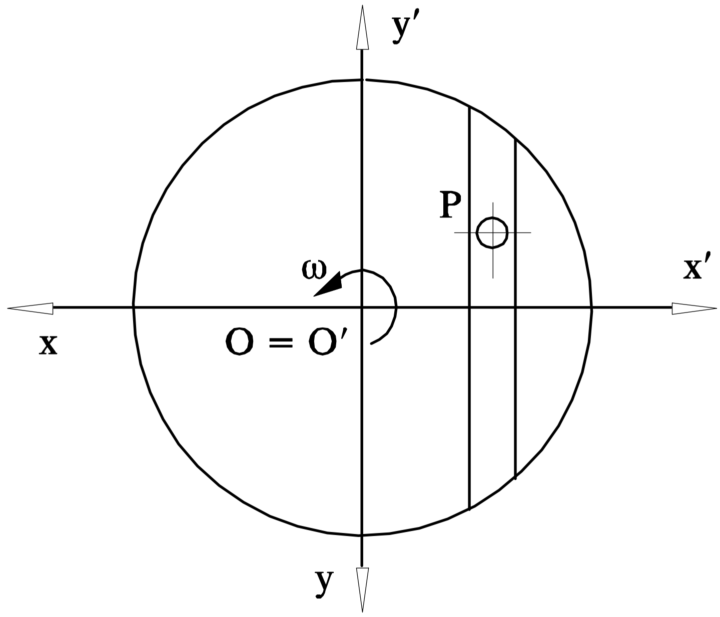
- ○ $m\,\ddot{\mathbf{r}}_{OP}$
- ○ $-\,m\,\ddot{\mathbf{r}}_{OO'}$
- ○ $-\,m\,\boldsymbol{\omega}_{KK'}\times(\boldsymbol{\omega}_{KK'}\times\mathbf{r}_{O'P})$
- ○ $-\,m\,(\dot{\boldsymbol{\omega}}_{KK'}\times\mathbf{r}_{O'P})$
- ○ $-\,m\,(\dot{\mathbf{r}}_{O'P}\times\boldsymbol{\omega}_{KK'})$

Aufgabe 3: In eine Kreisscheibe ist eine gerade Nut eingefräst, in der sich ein Massepunkt P bewegt. Die Scheibe dreht sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um die vertikale z−Achse des Intertialsystems $\{O, x, y, z\}$.

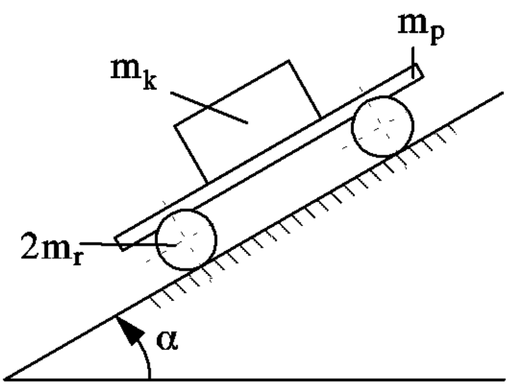


Zeichnen Sie für das gegebene, fest in der Scheibe liegende Beobachtungssystem $\{O', x', y', z'\}$ die Relativkräfte $\mathbf{F}_F$ und $\mathbf{F}_C$ nach Richtung und Richtungssinn ein.

Der Punkt P bewege sich in Richtung der negativen y' −Achse.



Aufgabe 1: Eine Kiste (Punktmasse m_k) liegt auf einem Eisenbahnwagen, der aus einer Platte (Masse m_p) und 2 Radsätzen besteht. Jeder Radsatz besteht aus zwei Rädern (homogene Vollscheiben, Masse je Vollscheibe m_r, Radius R), die durch eine masselose Achse verbunden sind. Für die Coulombsche Reibung zwischen Kiste und Platte ist der Reibungswinkel $\rho = 10°$.



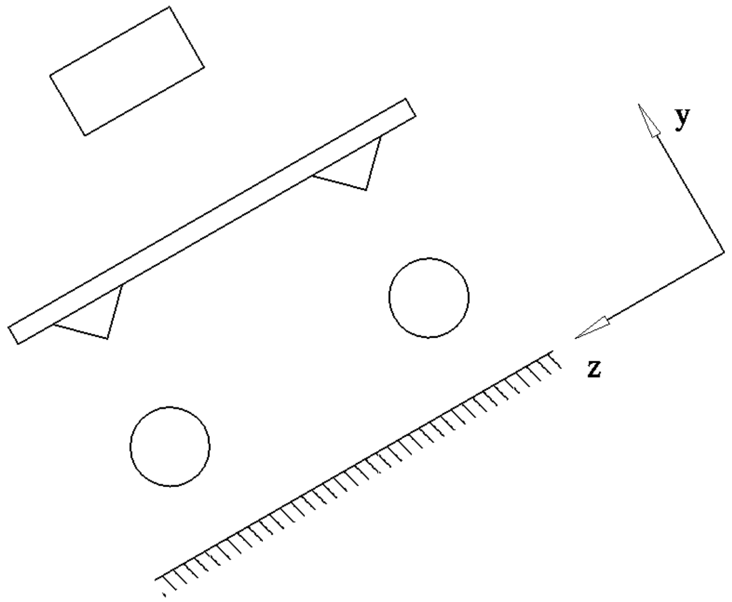
Die Verhältnisse der Massen sind $m_p : m_k : m_r = 3 : 2 : 1$.

Wie groß darf der Winkel α einer schiefen Ebene höchstens sein, wenn die Kiste auf dem herunterrollenden Wagen liegen bleiben soll?

a) Wie viele Teilkörper besitzt das System?

❍ n = 2 ❍ n = 4 ❍ n = 6

b) Zeichnen Sie in der folgenden Abbildung die eingeprägten Kräfte und die nach dem Schnittprinzip entstehenden Reaktionskräfte ein.



c) Welche Schnittkraft ist für das Liegenbleiben der Kiste maßgebend und welcher Gleichung bzw. Ungleichung genügt sie?

(1)

_ _

d) Liegt eine ebene Bewegung in einer Hauptträgheitsebene aller Teilkörper vor?

❍ ja ❍ nein

e) Wie groß sind die Beschleunigungen und Winkelbeschleunigungen aller Teilkörper? Alle Beschleunigungen sollen durch die Kistenbeschleunigung $\ddot{z}$ ausgedrückt werden.

Teilkörper	a_y	a_z	$\dot{\omega}$
Kiste		$\ddot{z}$	
Platte			
Radsätze			

f) Für welche Koordinaten müssen die Grundgleichungen zur Berechnung der interessierenden Schnittkräfte angeschrieben werden?

Teilkörper	Kräfte−gleichgewicht			Impulssatz			Drallsatz bezüglich S		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
Kiste									
Platte									
Radsätze									

g) Wie groß ist das Trägheitsmoment einer Kreisscheibe (Masse m, Radius R) bezüglich einer Achse, die parallel zur x−Achse ist und durch den Massenmittelpunkt geht?

$J =$ _

h) Wie lauten die äußeren Kräfte auf die Teilkörper und die Momente auf die zwei Radsätze bezüglich ihres Schwerpunktes?

$\sum F_{ky} =$ _

$\sum F_{kz} =$ _

$\sum F_{pz} =$ _

$\sum F_{r1z} =$ _

$\sum F_{r2z} =$ _

$\sum M_{S1x} =$ _

$\sum M_{S2x} =$ _

i) Schreiben Sie die erforderlichen Grundgleichungen für die einzelnen Teilkörper an.

_ (2)

_ (3)

_ (4)

_ (5)

_ (6)

_ (7)

_ (8)

j) Beweisen Sie durch Elimination der Reaktionskräfte, dass die Kistenbeschleunigung den folgenden Wert besitzt

$$\ddot{z} = \frac{m_p + m_k + 4m_r}{m_p + m_k + 6m_r} g \sin\alpha \,. \tag{9}$$

k) Wie groß darf der Winkel α höchstens sein, damit die Kiste liegen bleibt?

$\tan\alpha \leq$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

l) Welcher Zahlenwert ergibt sich für den Winkel α?

❍ $\alpha = 22.06°$ ❍ $\alpha = 44.12°$ ❍ $\alpha = 88.24°$

m) Der Impulssatz lässt sich auch für das Gesamtsystem anwenden, wobei neben der Gewichtskraft nur die Reaktionskräfte der Ebene auf die Radsätze einen Beitrag zu den äußeren Kräften liefern.

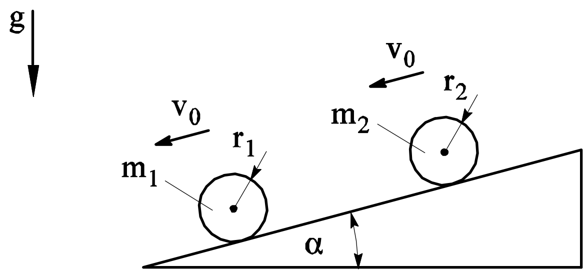
Ergänzen Sie die folgende Gleichung für die z−Koordinate des Impulssatzes

$(\;\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\;)\,\ddot{z} = (m_p + m_k + 4m_r)\, g \sin\alpha + \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$ (10)

n) Eliminieren Sie die Reaktionskräfte der Radsätze in (10) und vergleichen Sie das Ergebnis mit (9).

Aufgabe 1:

Zwei homogene Walzen rollen ohne zu gleiten eine schiefe Ebene herunter. Im Ausgangszustand besitzen beide Rollen die gleiche Geschwindigkeit v_0.



Hinweis: Für die Winkelbeschleunigung einer rollenden homogenen Walze auf einer schiefen Ebene gilt $\dot{\omega} = \frac{2}{3r} g \sin\alpha$

a) Welche Aussage gilt für den Abstand zwischen den Walzen, wenn $m_1 = m_2$ und $r_1 < r_2$ ist?

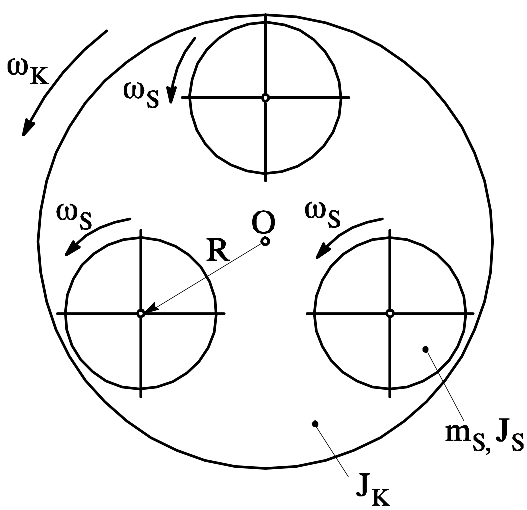
○ nimmt zu ○ bleibt gleich ○ nimmt ab

b) Welche Aussage gilt für den Abstand zwischen den Walzen, wenn $m_1 < m_2$ und $r_1 = r_2$ ist?

○ nimmt zu ○ bleibt gleich ○ nimmt ab

Aufgabe 2:

Auf einem Karussell mit vertikaler Drehachse befinden sich drei drehbare Sitze. Jeder Sitz hat einschließlich der Passagiere die Masse m_S und das Trägheitsmoment J_S bezüglich seines Schwerpunkts. Das Trägheitsmoment des Karussells ohne Sitze ist J_K. Das Karussell dreht sich zunächst mit der Drehgeschwindigkeit ω_{K1}, die Sitze relativ zum Karussell mit der Drehgeschwindigkeit ω_{S1}. Das System ist reibungsfrei.



a) Wie groß ist die absolute Drehgeschwindigkeit eines Sitzes im Inertialsystem?

$\omega_1 =$ _

b) Wie groß ist der Absolutdrall eines Sitzes bezüglich O?

$L_{S1} =$ _

c) Wie groß ist der Absolutdrall des Karussells ohne Sitze bezüglich O?

$L_{K1} =$ _

Die Passagiere erhöhen die Drehgeschwindigkeit ihrer Sitze gegenüber dem Karussell manuell auf ω_{S2} .

d) Formulieren Sie den Drallerhaltungssatz für das Gesamtsystem aus Karussell und Sitzen.

_ _

_ _

e) Mit welcher Drehgeschwindigkeit dreht sich nun das Karussell?

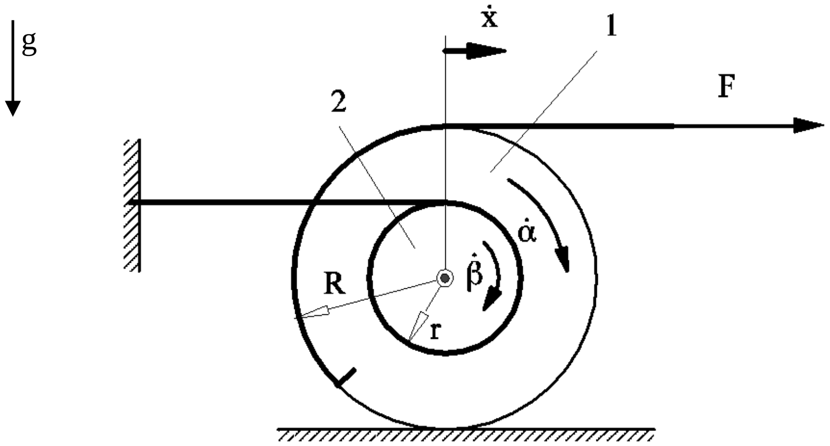
$\omega_{K2} =$ _

f) Welche Aussage gilt für die Drehgeschwindigkeit des Karussells?

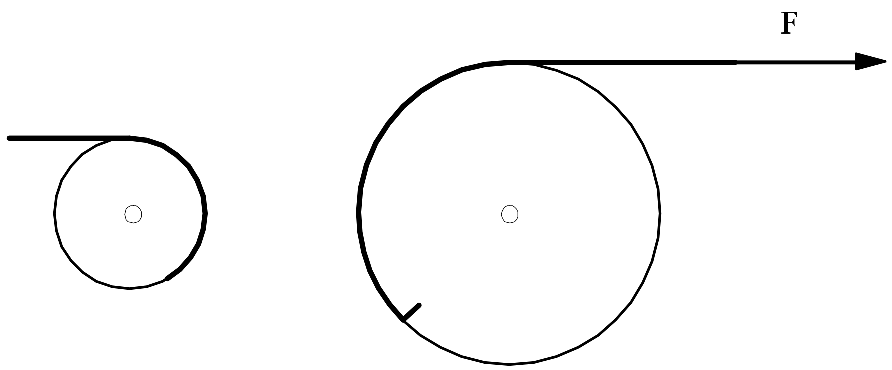
○ nimmt zu ○ bleibt gleich ○ nimmt ab

Aufgabe 3:

Zwei homogene Kreisscheiben sind gegeneinander drehbar gelagert. An der Scheibe 1 (Masse M, Radius R) wirkt über ein Seil die konstante Kraft F. Zwischen der Scheibe 1 und dem Boden tritt kein Gleiten auf (Haftreibungskoeffizient μ_0). Um die Scheibe 2 (Masse m, Radius r) ist ein Seil gewickelt, das mit der Wand verbunden ist.



a) Ergänzen Sie die fehlenden Kräfte in der Freischnittskizze.



b) Stellen Sie den Impulssatz in horizontaler und vertikaler Richtung für beide Scheiben auf.

_ _

_ _

_ _

_ _

c) Stellen Sie den Drallsatz für die beiden Scheiben um den jeweiligen Schwerpunkt auf.

_ _

_ _

d) Zeichnen Sie die Momentanpole P_1 und P_2 der beiden Scheiben in die Skizze ein.

e) Welche kinematischen Zusammenhänge bestehen zwischen den Drehgeschwindigkeiten und der Translationsgeschwindigkeit?

○ $\dot{\alpha} = \frac{\dot{x}}{R}$ ○ $\dot{\alpha} = \frac{\dot{x}}{r}$ ○ $\dot{\alpha} = -\frac{\dot{x}}{R}$ ○ $\dot{\alpha} = -\frac{\dot{x}}{r}$

○ $\dot{\beta} = \frac{\dot{x}}{R}$ ○ $\dot{\beta} = \frac{\dot{x}}{r}$ ○ $\dot{\beta} = -\frac{\dot{x}}{R}$ ○ $\dot{\beta} = -\frac{\dot{x}}{r}$

f) Eliminieren Sie die Reaktionskräfte und berechnen Sie die Beschleunigung der Scheiben.

$\ddot{x} =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

g) Berechnen Sie Normal− und Haftreibungskraft zwischen Scheibe 1 und dem Boden.

_ _ _ _ _ = _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

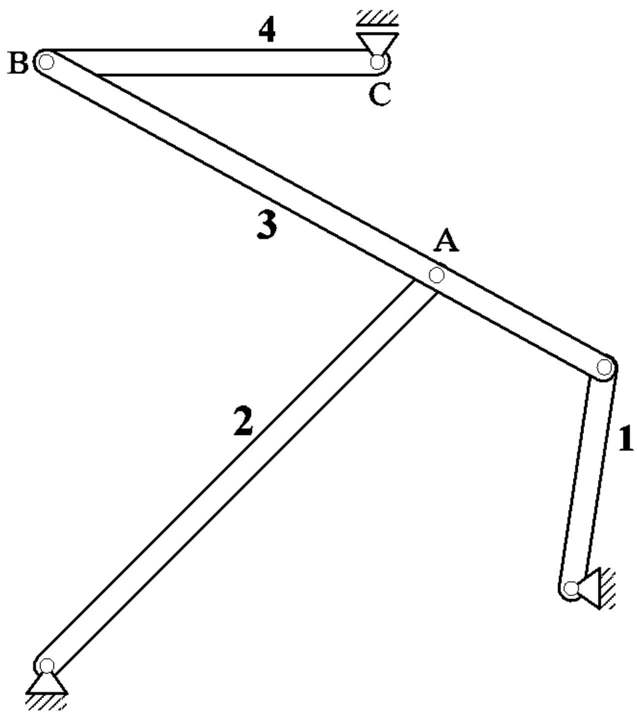
_ _ _ _ _ = _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

h) Wie groß muss der Haftreibungskoeffizient sein, damit kein Gleiten auftritt?

$\mu_0 \geq$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Aufgabe 4:

Der Punkt A eines Mechanismus hat in der skizzierten Position die Geschwindigkeit $v_A = 15 \frac{m}{s}$.

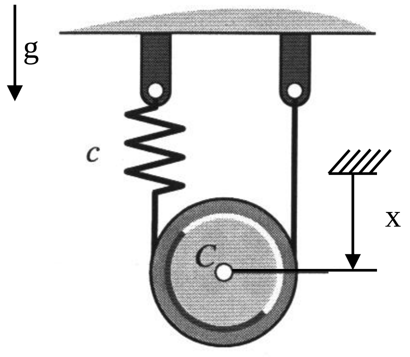


a) Bestimmen Sie zeichnerisch die Momentanpole für jeden Stab und bezeichnen Sie diese mit P_1 bis P_4.

b) Geben Sie den Betrag der Geschwindigkeit der Punkte B und C an.

$v_B =$ __________ , $v_C =$ __________

Aufgabe 1: Ein Seilrolle in Form eines homogenen Zylinders (Radius r, Masse m) wird über ein Seil und eine Feder (Federsteifigkeit c) gehalten. Die Seilrolle soll sich nur vertikal bewegen und am Seil abrollen. Die Auslenkung des Seilrollenschwerpunkts wird mit x bezeichnet, für $x = 0$ ist die Feder entspannt.



a) Tragen Sie die eingeprägten Kräfte und virtuellen Verschiebungen in die Zeichnung ein.

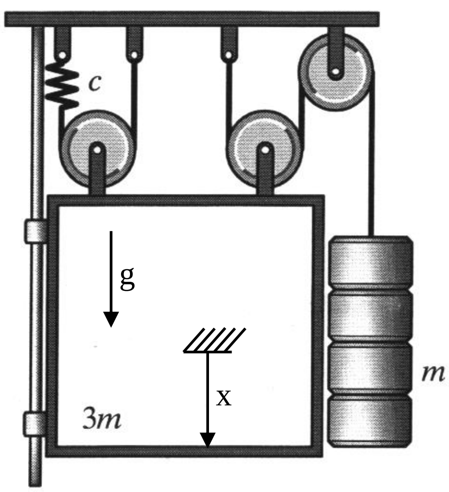
b) Bestimmen Sie die kinematischen Zusammenhänge zwischen den virtuellen Verschiebungen.

c) Bestimmen Sie mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Arbeit die Gleichgewichtslage.

d) Ermitteln Sie die kinetische und potentielle Energie des Systems.

e) Formulieren Sie die Lagrangeschen Gleichungen zweiter Art und überprüfen Sie ihr Ergebnis durch Berechnung der Bewegungsgleichungen mit Hilfe von Impuls- und Drallsatz.

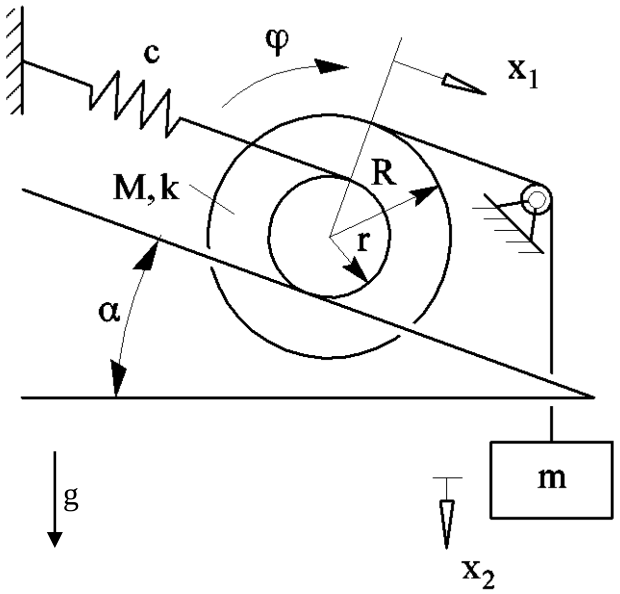
Aufgabe 2: Ein Aufzug (Masse $3m$) wird über masselose Seilrollen von einem Gegengewicht (Masse m) und einer Feder (Steifigkeit c) gehalten. Die Feder sei für $x = 0$ entspannt.



a) Formulieren Sie das Prinzip der virtuellen Arbeit für das System. Bestimmen Sie die Gleichgewichtslage.

b) Formulieren Sie das Prinzip von d'Alembert. Wie lautet die Bewegungsgleichung des Systems?

Aufgabe 1:



Eine Kabelrolle mit der Masse M und dem Trägheitsradius k liegt auf einem geneigten Schienenpaar. Um die Trommel (Radius R) ist ein Seil geschlungen, dessen freies Ende über eine masselose, reibungsfrei gelagerte Umlenkrolle mit einem Gewicht (Masse m) verbunden ist.

Die Kabelrolle wird durch ein elastisches Band (Federkonstante c) gehalten, das um die Achse (Radius r) gewickelt ist. Die Rolle wird aus einer Lage losgelassen, in der die Feder entspannt ist.

a) Durch welche Koordinaten wird die Bewegung des Systems eindeutig beschrieben, wenn zwischen der Trommel und dem Schienenpaar Gleiten auftreten kann?

- ○ x_1
- ○ x_1, φ
- ○ x_1, x_2, φ

b) Durch welche Koordinaten wird die Bewegung des Systems eindeutig beschrieben, wenn kein Gleiten auftritt?

- ○ x_1
- ○ x_1, φ
- ○ x_1, x_2, φ

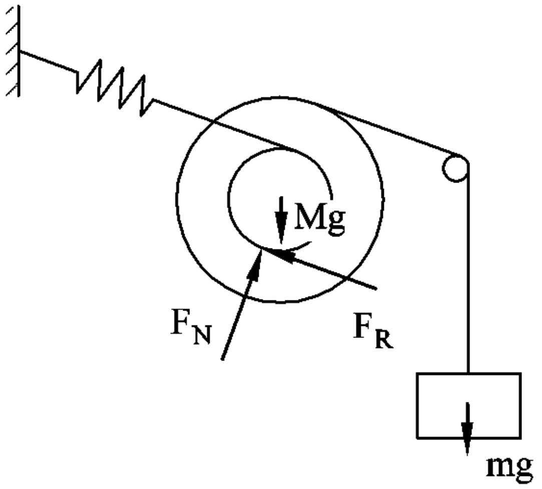
Im Folgenden wird angenommen, dass kein Gleiten auftritt.

c) Welche kinematischen Beziehungen bestehen zwischen den Koordinaten x_1, x_2 und φ ?

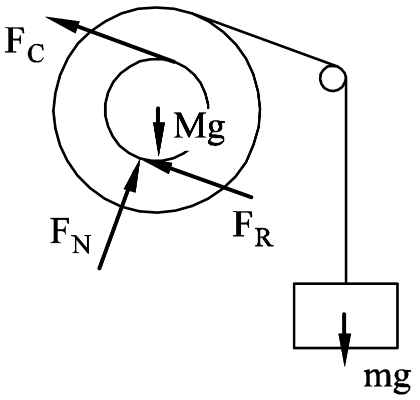
_ _

d) Wie wendet man das Schnittprinzip an?

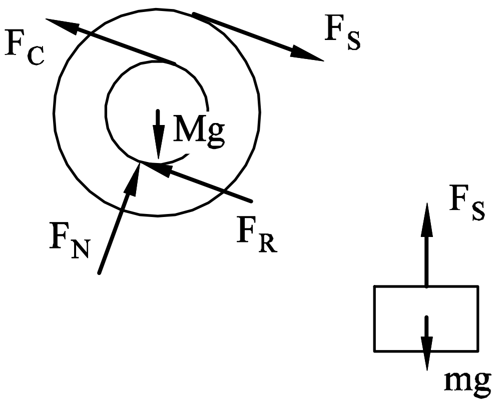
- Schnitt am Berührpunkt zwischen Rolle und Schiene



- Schnitt wie oben und am elastischen Band



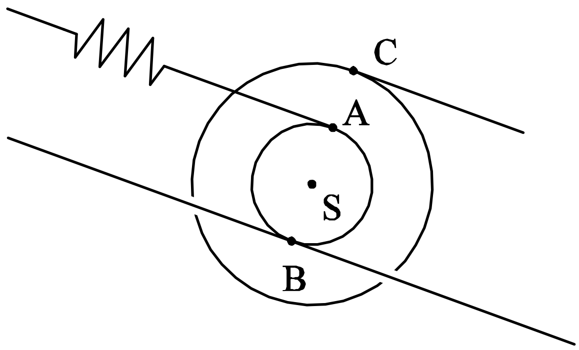
- Schnitt wie oben und am Seil



e) Warum ist in diesem Fall die Seilkraft zwischen Kabelrolle und Umlenkrolle als auch zwischen Umlenkrolle und Gewicht betragsmäßig gleich?

- ❍ Wegen der Masselosigkeit der Umlenkrolle.
- ❍ Wegen der reibungsfreien Lagerung der Umlenkrolle.
- ❍ Die Gleichheit der beiden Kräfte gilt bei Umlenkrolle immer, unabhängig von der Masse der Rolle und ihrer Lagerung.
- ❍ Weil Seile nur Zugkräfte aufnehmen können.

f) Auf welchen Bezugspunkt P wendet man richtig und zweckmäßig den Drallsatz in der Form $\Theta_P \ddot{\varphi} = \sum M_P$ an?



- ❍ $P = A$
- ❍ $P = B$
- ❍ $P = C$
- ❍ $P = S$

g) Durch welche der Gleichungssysteme wird die Bewegung des Systems beschrieben?

❍ $$\begin{cases} M(k^2 + r^2)\ddot{\varphi} = -2rF_C + r\sin\alpha\, Mg + (r+R)F_S \\ m(r+R)\ddot{\varphi} = mg - F_S \end{cases}$$

❍ $$\begin{cases} Mk^2\ddot{\varphi} = r(F_R - F_C) + R\,F_S \\ M\ddot{x}_1 = -F_R - F_C + F_S + Mg\sin\alpha \\ m\ddot{x}_2 = mg - F_S \end{cases}$$

❍ $$\begin{cases} Mk^2\ddot{\varphi} = (F_R - F_C)r + mgR \\ Mr\ddot{\varphi} = -F_R - F_C + (M+m)g\sin\alpha \end{cases}$$

Daraus lässt sich die Bewegungsgleichung des Systems bestimmen

$$\left[M\left(1+\frac{k^2}{r^2}\right)+m\left(\frac{r+R}{r}\right)^2\right]\ddot{x}_1+4\,c\,x_1=m\,g\,\frac{r+R}{r}+M\,g\,\sin\alpha$$

h) Bestimmen Sie die Gleichgewichtslage des Systems.

x_{10} = _

i) Wie groß ist die Eigenfrequenz des Systems?

- ○ $\nu^2=\dfrac{c}{M+m}$
- ○ $\nu^2=\dfrac{4\,c\,r^2}{m\,g\,(R+r)+M\,g\,r\sin\alpha}$
- ○ $\nu^2=\dfrac{4\,c\,r^2}{M\,(k^2+r^2)+m\,(r+R)^2}$

j) Wie groß ist die kinetische Energie des Systems?

- ○ $T=\dfrac{1}{2}\left[M\left(k^2+r^2\right)+m\,(r+R)^2\right]\dot{\varphi}^2$
- ○ $T=\dfrac{1}{2}M\,k^2\,\dot{\varphi}^2+\dfrac{1}{2}M\,\dot{x}_1^2+\dfrac{1}{2}m\,\dot{x}_2^2$
- ○ $T=\dfrac{1}{2}M\,k^2\,\dot{\varphi}+\dfrac{1}{2}M\,\dot{x}_1+\dfrac{1}{2}m\,\dot{x}_1$

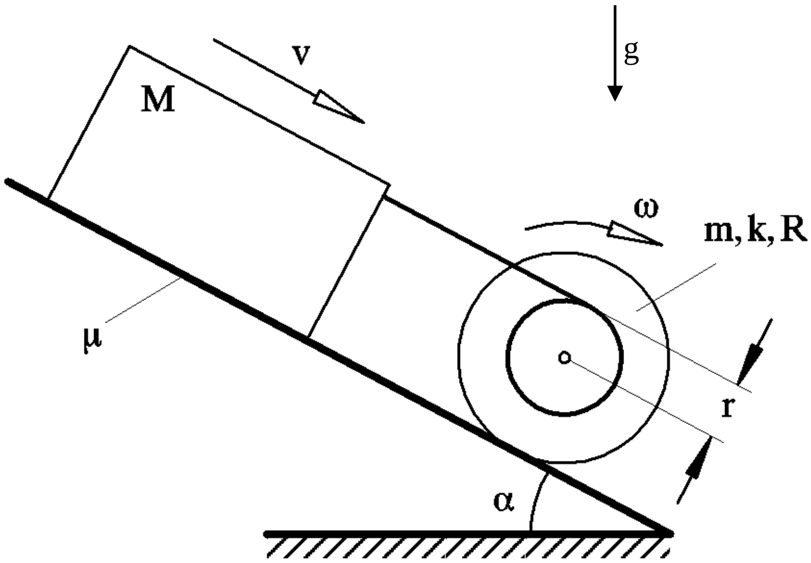
k) Wie groß ist die potentielle Energie des Systems?

- ○ $V=2\,c\,x_1^2-M\,g\,x_1\sin\alpha-m\,g\,x_1\dfrac{r+R}{r}$
- ○ $V=\dfrac{1}{2}c\,x_1^2-M\,g\,x_1\sin\alpha-m\,g\,x_1\dfrac{r+R}{r}\sin\alpha$
- ○ $V=\dfrac{1}{2}c\,x_1^2+M\,g\,x_1\sin\alpha+m\,g\,x_1\dfrac{r+R}{r}$

Die kinetische und potentielle Energie können später zur Bestimmung der Bewegungsgleichungen mittels der Lagrange−Funktion verwendet werden.

Aufgabe 2:

Eine Walze (Masse m, Trägheitsradius k, Rollradius R) ist über ein undehnbares Seil mit einem Klotz (Masse M) verbunden. Der Klotz gleitet auf einer schiefen Ebene (Gleitreibungskoeffizient μ), die Walze rollt. Das Seil umschlingt den Walzenkern mit dem Radius $r \leq R$.



a) Schneiden Sie Klotz und Walze frei, tragen Sie alle Kräfte ein und benennen Sie diese.

b) Welcher kinematische Zusammenhang besteht zwischen der Klotzgeschwindigkeit v und der Winkelgeschwindigkeit ω der Rolle?

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

c) Formulieren Sie Impuls− und Drallsatz für die Walze.

_ _

_ _

_ _

d) Formulieren Sie den Impulssatz für den Klotz.

_ _

_ _

e) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung.

_ _

_ _

f) Unter welcher Bedingung wird das System nach unten beschleunigt?

○ $\tan\alpha > \mu \dfrac{1 + \dfrac{r}{R}}{1 + \dfrac{r}{R} + \dfrac{m}{M}}$

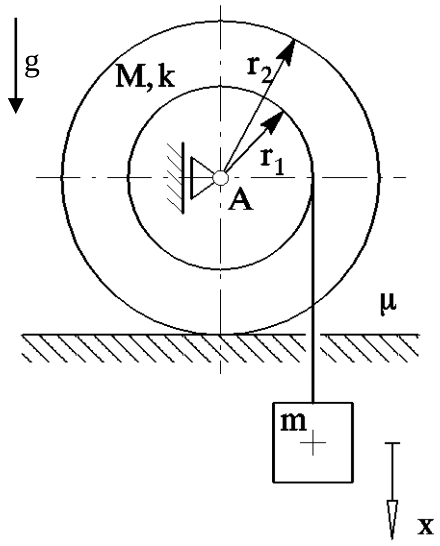
○ $\tan\alpha > \mu \dfrac{1}{1 + \dfrac{r}{R} + \dfrac{m}{M}}$

○ $\tan\alpha > \mu \dfrac{1 + \dfrac{r}{R}}{1 + \dfrac{m}{M}}$

g) Welcher qualitative Verlauf ergibt sich für die Klotzgeschwindigkeit $v(t)$ unter dieser Bedingung?

○ konstant
○ linear
○ quadratisch

Aufgabe 3:



Auf einer ebenen Unterlage liegt eine Walze mit starr verbundener Seiltrommel (Gesamtmasse M, Trägheitsradius k, Walzenradius r_2, Trommelradius r_1). Die Drehachse A ist vertikal verschieblich. Um die Seiltrommel ist ein Seil geschlungen, an dem die Masse m hängt. Der Gleitreibungskoeffizient zwischen Walze und Ebene ist $\mu < \mu_0$.

a) Welche Bedingung gilt für den Haftreibungskoeffizienten μ_0, wenn keine Bewegung eintreten soll?

$\mu_0 \geq$ _

b) Das System sei nun in Bewegung. Wie groß ist dann die Beschleunigung $\ddot{x}$ der Masse m?

$\ddot{x} =$ _

c) Bestimmen Sie die im Lager A auftretende Horizontalkraft für $\ddot{x} = \frac{1}{2}g$.

$F_A =$ _

Aufgabe 1:

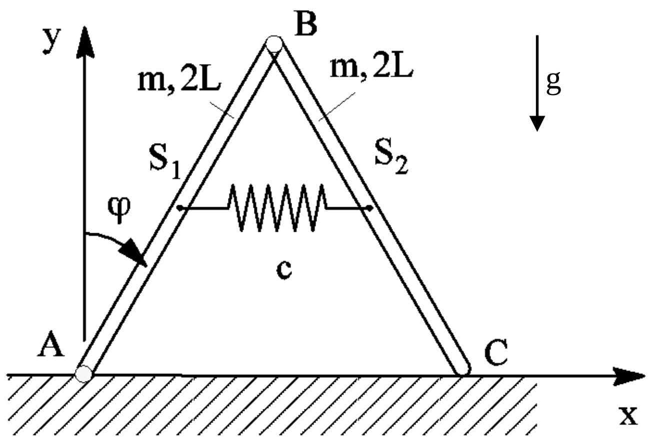
Die nichtlineare Bewegungsgleichung eines elastisch gefesselten Pendels lautet

$$m\, l^2 \ddot{\varphi} + (c\, l^2 - m\, g\, l) \sin\varphi - c\, l^2 \sin\varphi \cos\varphi = 0$$

Welche Beziehungen bestimmen die Gleichgewichtslagen?

- ❑ $\sin\varphi = 0$
- ❑ $\sin\varphi = \dfrac{c\, l^2 - m\, g\, l}{m\, l^2}$
- ❑ $\cos\varphi = 0$
- ❑ $\cos\varphi = 1 - \dfrac{m\, g}{c\, l}$
- ❑ $\sin\varphi \cos\varphi = 0$
- ❑ $\cos\varphi = 1$

Aufgabe 2:



Die homogenen Stäbe AB und BC (Länge $2L$ und Masse m) sind bei A in einem Drehgelenk gelagert und bei B gelenkig miteinander verbunden. Das Stabende C gleitet reibungsfrei auf der horizontalen Unterlage.

Zwischen den Stabschwerpunkten S_1 und S_2 ist eine Feder (Federkonstante c, ungespannte Länge L) befestigt.

a) Wie groß sind die Koordinaten der Schwerpunktsgeschwindigkeiten $\mathbf{v}_{S1} = [\dot{x}_{S1}, \dot{y}_{S1}]$ und $\mathbf{v}_{S2} = [\dot{x}_{S2}, \dot{y}_{S2}]$?

- ❑ $\dot{x}_{S1} = L\,\dot{\varphi}$
- ❑ $\dot{y}_{S1} = L\,\dot{\varphi}$
- ❑ $\dot{x}_{S1} = L\,\dot{\varphi}\cos\varphi$
- ❑ $\dot{y}_{S1} = L\,\dot{\varphi}\sin\varphi$
- ❑ $\dot{x}_{S1} = L\,\dot{\varphi}\sin\varphi$
- ❑ $\dot{y}_{S1} = -L\,\dot{\varphi}\sin\varphi$

- ❑ $\dot{x}_{S2} = (2L\cos\varphi + L\sin\varphi)\,\dot{\varphi}$ ❑ $\dot{y}_{S2} = +L\dot{\varphi}\cos\varphi$
- ❑ $\dot{x}_{S2} = 3L\dot{\varphi}\cos\varphi$ ❑ $\dot{y}_{S2} = -L\dot{\varphi}\sin\varphi$
- ❑ $\dot{x}_{S2} = \dot{x}_{S1}$ ❑ $\dot{y}_{S2} = \dot{y}_{S1}$

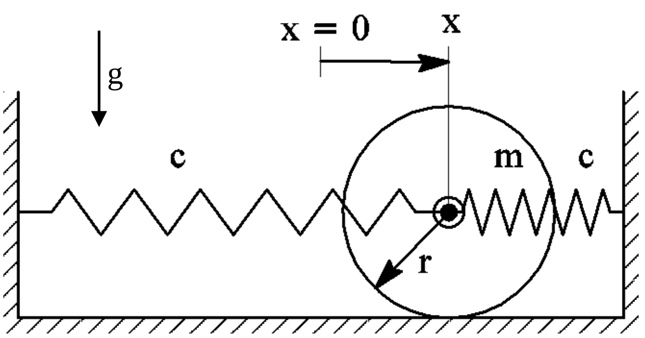
b) Wie lautet die kinetische Energie des Systems?

- ❑ $T = \frac{1}{2} m \left(\dot{x}_{S1}^2 + \dot{y}_{S1}^2 + \dot{x}_{S2}^2 + \dot{y}_{S2}^2\right)$
- ❑ $T = \frac{1}{2} m \left(\frac{5}{3} L^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{x}_{S2} + \dot{y}_{S2}\right)$
- ❑ $T = \frac{1}{2} m \left(\frac{2}{3} L^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{x}_{S1}^2 + \dot{y}_{S1}^2 + \dot{x}_{S2}^2 + \dot{y}_{S2}^2\right)$

c) Wie lautet die potentielle Energie des Systems?

- ❑ $V = -2mgL\cos\varphi + \frac{1}{2} c L^2 (2\sin\varphi - 1)^2$
- ❑ $V = +2mgL\cos\varphi + \frac{1}{2} c L^2 (3\sin\varphi - 1)^2$
- ❑ $V = +2mgL\cos\varphi + \frac{1}{2} c L^2 (2\sin\varphi - 1)^2$

Aufgabe 3:



Ein Rad (Masse m, Radius r, Trägheitsradius $k = r/\sqrt{2}$) rollt auf einer rauen horizontalen Ebene (Haftreibungskoeffizient μ_0). Seine Achse ist durch zwei gleiche Federn (Federkonstante c) gefesselt. Die Auslenkung der Achse aus der Gleichgewichtslage heiße x.

a) Stellen Sie die Differentialgleichung für die Bewegung $x = x(t)$ auf.

_ _

b) Die Bewegung ist eine

❍ freie	❍ erzwungene	❍ harmonische
❍ lineare	❍ nichtlineare	❍ nichtperiodische
❍ gedämpfte	❍ ungedämpfte	❍ keine

Schwingung.

c) Wie groß ist die Eigenfrequenz der Schwingung?

$\omega =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

d) Wie lautet die Lösung $x = x(t)$ zur Anfangsbedingung $t_0 = 0$, $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$?

$x =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

e) Wie groß ist die erforderliche Haftreibungskraft R in Abhängigkeit von x?

$R =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

f) Wie groß darf $|v_0|$ höchstens sein, damit die Walze nie durchdreht?

$|v_0| \leq$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Aufgabe 4:

Die nichtlineare Bewegungsgleichung eines Fliehkraftpendels lautet

$$m\,l^2\ddot{\varphi} + (c\,l^2\cos\varphi + m\,g\,l)\sin\varphi - m\,l^2\omega^2(\sin\varphi + 1)\cos\varphi = 0\,,$$

wobei m, g, c, l und ω konstante Parameter sind.

a) Wie lautet die linearisierte Bewegungsgleichung für $\varphi \ll 1$?

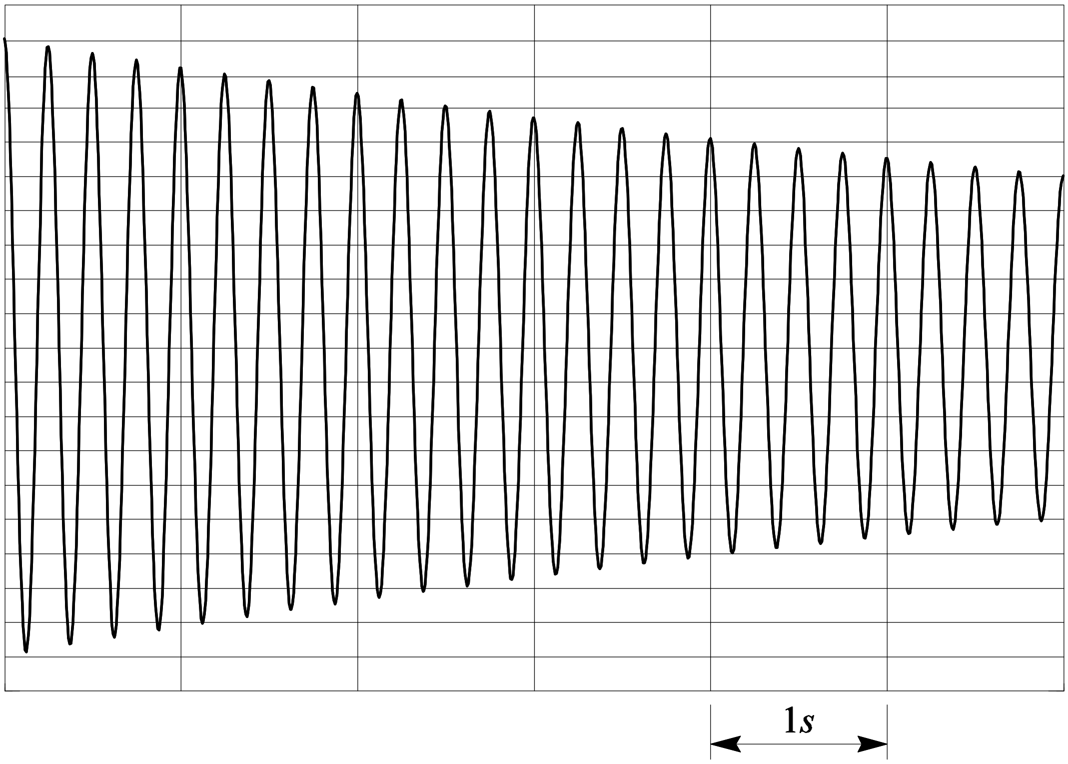
_ _

b) Unter welcher Voraussetzung ist eine Schwingung möglich?

$\omega^2 <$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Aufgabe 5:

Der abgebildete Messschrieb einer freien linearen Schwingung soll ausgewertet werden.



a) Wie groß ist die Schwingungsdauer? $T =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

b) Bestimmen Sie die Kreisfrequenz. $\omega =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

c) Wie lautet die Formel für das logarithmische Dekrement bei der Auswertung der Amplituden x_n und x_{n+m}?

$\vartheta =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

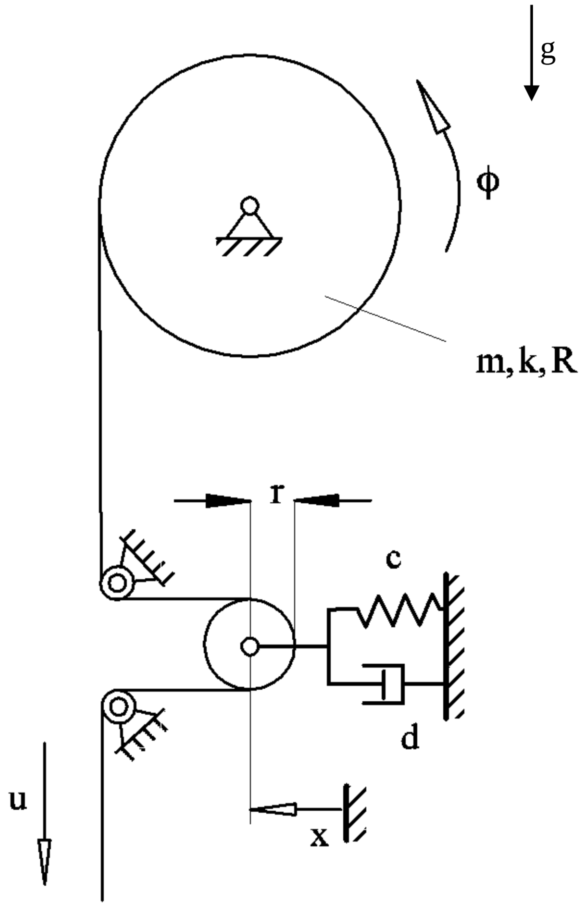
d) Bestimmen Sie das logarithmische Dekrement mit möglichst großer Genauigkeit, d.h. mit möglichst großem m.

$\vartheta =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

e) Welchen Wert hat das Dämpfungsmaß? $D =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Aufgabe 6 :

In einem Filmprojektor wird der Filmstreifen von der Rolle (Masse m, Trägheitsradius k, Radius R) abgespult und läuft über eine Spannvorrichtung (Federsteifigkeit c, Dämpferkonstante d). Die Massen der Spannrolle, der Umlenkrollen und des abgespulten Filmstreifens sind vernach-lässigbar. Bei der Auslenkung $x = 0$ ist die Feder entspannt. Auf die Filmrolle wirkt ein konstantes Reibmoment M_R, die übrigen Rollen sind reibungsfrei gelagert.



Der undehnbare Filmstreifen ist stets gespannt und die Transportgeschwindigkeit ist durch

$$\dot{u} = v_0 (1 + \cos \Omega t)$$

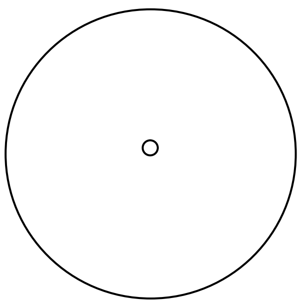
gegeben.

a) Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Geschwindigkeiten $\dot{x}$, $\dot{u}$ und der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}$?

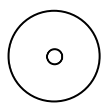
○ $\dot{x} = \dot{u} - R\dot{\phi}$ ○ $\dot{x} = \frac{1}{2}(R\dot{\phi} - \dot{u})$ ○ $\dot{x} = \frac{1}{2}(\dot{u} - R\dot{\phi})$

b) Tragen Sie alle auf die freigeschnittenen Rollen wirkenden Kräfte und Momente in folgende Skizze ein und benennen Sie diese.

Filmrolle



Spannrolle



c) Wie groß ist die Kraft des Feder−Dämpfer−Elements auf die Spannrolle?

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

d) Formulieren Sie die für die Aufstellung der Schwingungsgleichung notwendigen Impuls− und Drallsätze für Filmrolle und Spannrolle.

_ _

_ _

_ _

e) Berechnen Sie die Bewegungsgleichung in Abhängigkeit der Spannrollenauslenkung x.

_ _

f) Wie lautet die normierte Darstellung der Schwingungsdifferentialgleichung?

○ $$\ddot{x} + \frac{d R^2}{4 m k^2} \dot{x} + \frac{c R^2}{4 m k^2} x = \frac{1}{2} v_0 \Omega \sin \Omega t$$

○ $$\ddot{x} + \frac{d R^2}{4 m k^2} \dot{x} + \frac{c R^2}{4 m k^2} x = \frac{M_R R}{2 m k^2} - \frac{1}{2} v_0 \Omega \sin \Omega t$$

○ $$\ddot{x} + \frac{d R^2}{4 m k^2} \dot{x} + \frac{c R^2}{4 m k^2} x = M_R$$

○ $$\ddot{x} + \frac{d R^2}{4 m k^2} \dot{x} + \frac{c R^2}{4 m k^2} x = \frac{M_R R}{2 m k^2} - \frac{1}{2} v_0 \cos \Omega t$$

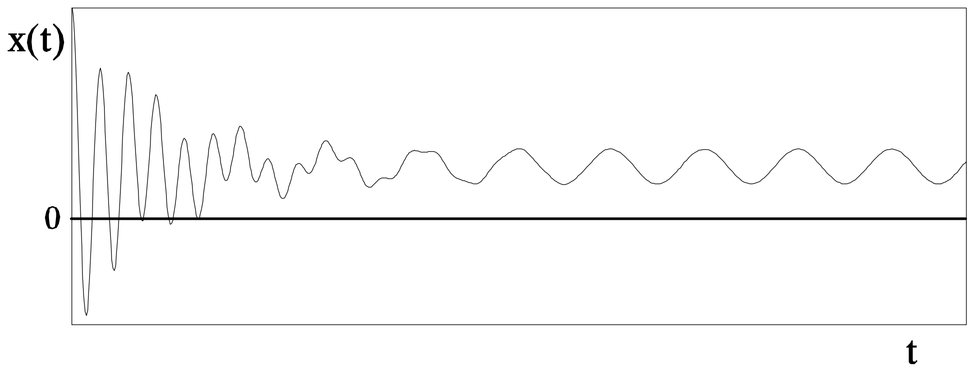
g) Geben Sie die Eigenfrequenz des ungedämpften Systems und das Lehrsche Dämpfungsmaß an.

$\omega_0 =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

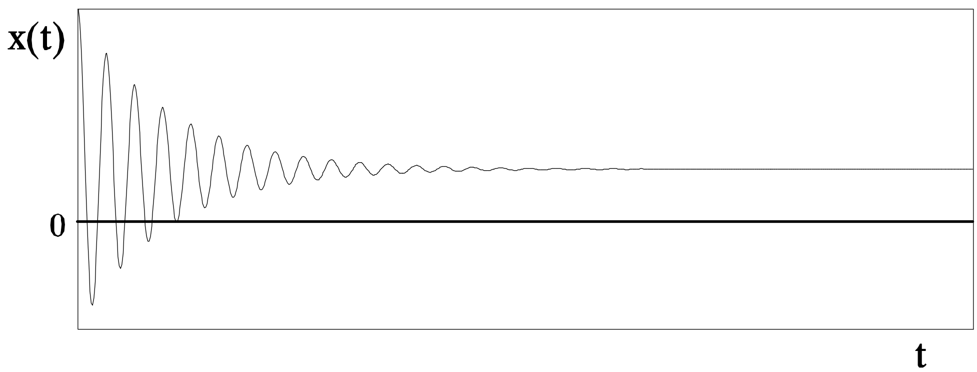
$D =$ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

h) Welche Bewegung der Spannrolle ergibt sich für schwache Dämpfung?

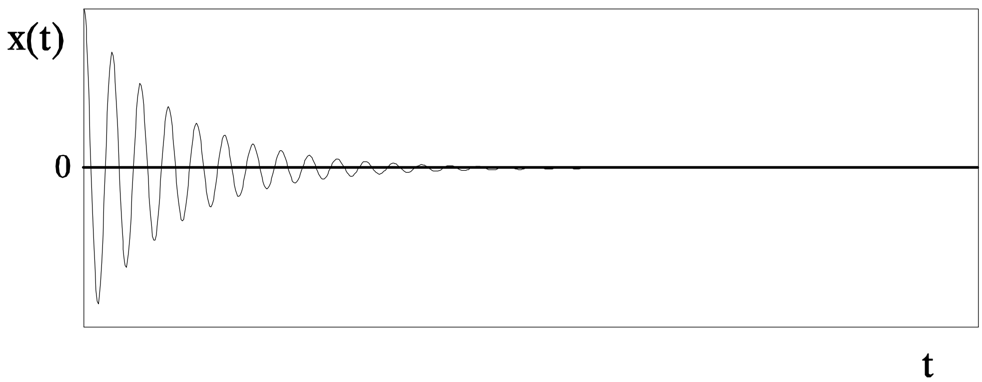
○



○



○



○