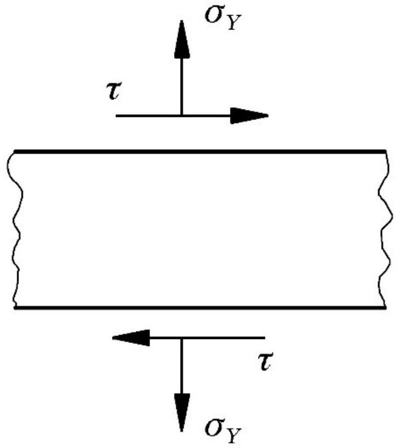
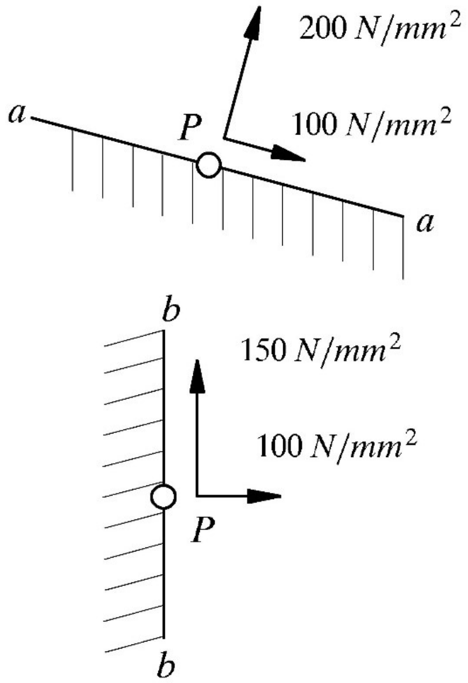
Aufgabe 1 *: Eine planparallele Platte wird durch eine Normalspannung σ_y und eine Schubspannung τ beansprucht.



Man bestimme für eine hinreichend weit vom Rand entfernte Stelle Größe und Richtung der Hauptspannungen. $\sigma_y = -55\ \mathrm{N/mm^2}$,

$\tau = 26\ \mathrm{N/mm^2}$.

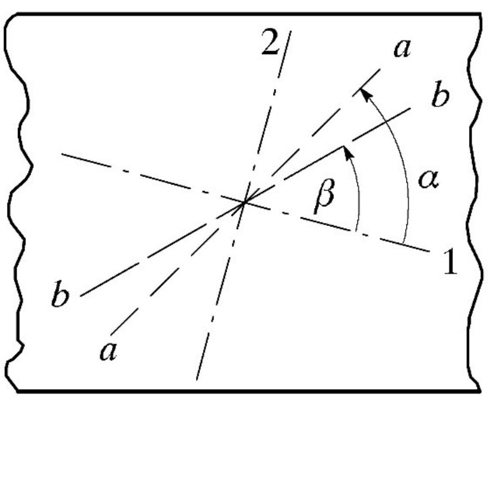
Aufgabe 2 *: Bei einem ebenen Spannungszustand im Punkt P werden in den Schnitten $\mathrm{a-a}$ und $\mathrm{b-b}$ die angegebenen Normal− und Schubspannungen gemessen.



a) Zeichnen Sie den Mohrschen Spannungskreis.

b) Wie groß sind die Hauptspannungen?

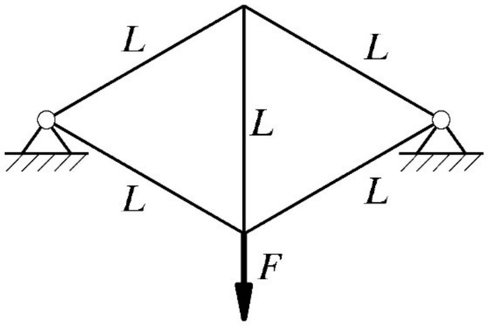
Aufgabe 3 *: Bei einem ebenen Spannungszustand sind in einem Punkt P die Normal− und Schubspannungswerte σ_a, τ_a und σ_b, τ_b in zwei verschiedenen Schnitten bekannt. Man bestimme hieraus die Hauptspannungen σ_1 und σ_2 in diesem Punkt, sowie die Winkel α und β, welche die Schnitte $\mathrm{a-a}$ und $\mathrm{b-b}$ mit der Schnittfläche der ersten Hauptspannungsrichtung bilden.



$\sigma_a = 10\ \mathrm{N/mm^2}$, $\sigma_b = 50\ \mathrm{N/mm^2}$,

$\tau_a = 50\ \mathrm{N/mm^2}$, $\tau_b = 30\ \mathrm{N/mm^2}$.

Aufgabe 4 **: Ein aus fünf gleichen Stäben bestehender Rahmen stützt sich auf zwei feste Lager. Er wird in seinem unteren Knoten mit einer Last F belastet. Man ermittle die Stabkräfte sowie die Horizontalkräfte in den Lagern. Im unbelasteten Zustand sollen keine Horizontalkräfte auftreten.

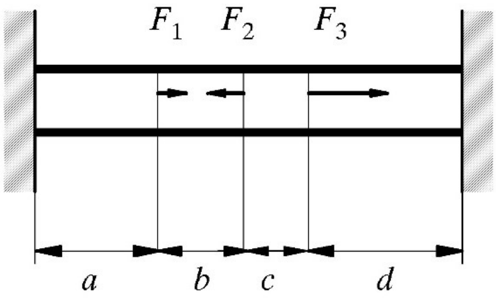


Aufgabe 5 *: Zwischen zwei starren Wänden mit festem Abstand ist ohne jede Vorspannung ein elastischer Stab eingezogen. Nun sollen die Kräfte F_1, F_2, F_3 an ihm angreifen.

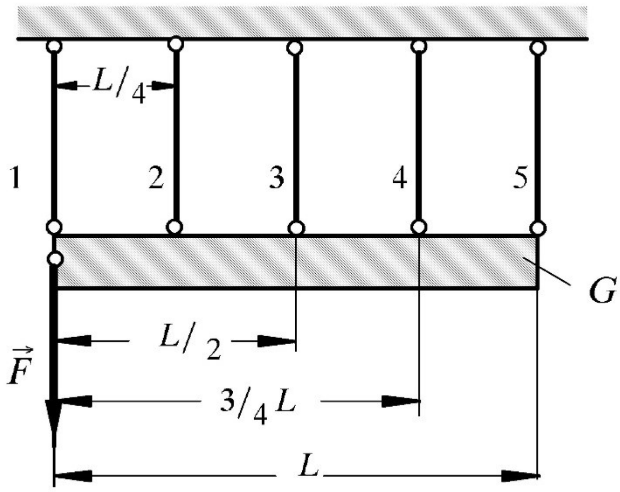
Welche Auflagerreaktionen entstehen?

$F_1 = 300\ \mathrm{N}$, $F_2 = 800\ \mathrm{N}$, $F_3 = 600\ \mathrm{N}$,

$a = 40\ \mathrm{cm}$, $b = 20\ \mathrm{cm}$, $c = 30\ \mathrm{cm}$, $d = 50\ \mathrm{cm}$.



Aufgabe 6 **: Ein prismatischer Balken vom Gewicht G ist horizontal an fünf parallelen, gleichen Stangen aufgehängt. Die Aufhängung sei ideal, d.h. ohne Belastung spannungsfrei. Der Balken wird zusätzlich an einem Ende durch eine Kraft F belastet. Die Verformungen des Balkens sowie die Stabgewichte sollen vernachlässigt werden.



a) Welche statischen Gleichungen stehen zu der Berechnung von Stangenbelastungen zur Verfügung?

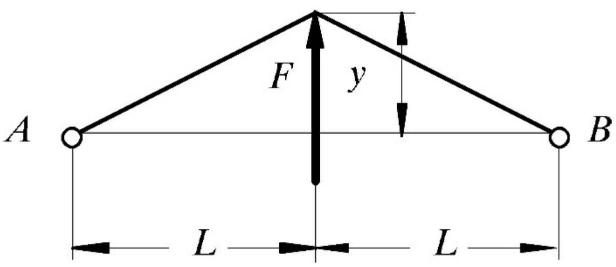
b) Wie lauten die geometrischen Verträglichkeitsbedingungen ?

c) Wie groß sind die Stangenkräfte F_1 bis F_5?

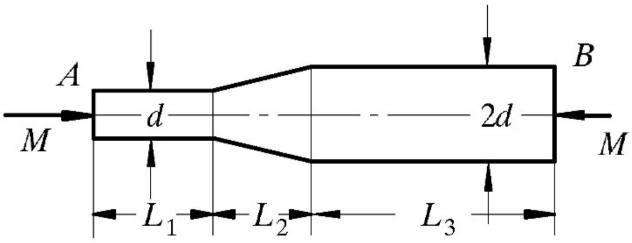
d) Bei welchem Wert von F wird $F_5 = 0$?

Aufgabe 7 *: Ein zwischen zwei festen Punkten A und B eingespannter Draht von der Länge $2L$ und der Zugsteifigkeit EA wird in der Mitte durch eine Kraft F belastet. Um welche Strecke y gibt er der Kraft nach?

Wie wäre das Ergebnis, wenn der Draht eine Vorspannung S_v gehabt hätte?



Aufgabe 8 *: Für die dargestellte Welle mit kreisrundem Querschnitt berechne man den Winkel ϕ, um den sich der Wellenquerschnitt bei B gegenüber dem bei A verdrillt, wenn die Welle mit dem Torsionsmoment M belastet wird.

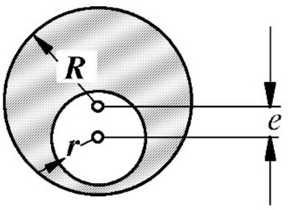


$M = 240\ \mathrm{Nm}$, $d = 4\ \mathrm{cm}$;

$G = 78000\ \mathrm{N/mm^2}$; $L_1 = 2\ \mathrm{m}$,

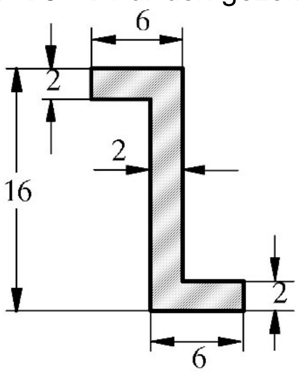
$L_2 = 1{,}2\ \mathrm{m}$, $L_3 = 4\ \mathrm{m}$;

Aufgabe 9 *: Ein exzentrischer Kreisring hat die Radien $R = 20\ \mathrm{cm}$, $r = 10\ \mathrm{cm}$ und die Exzentrizität $e = 5\ \mathrm{cm}$.



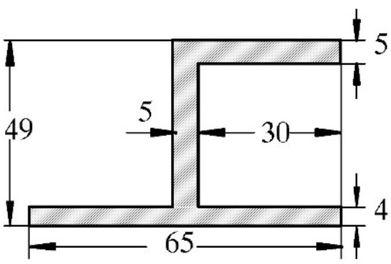
Man suche die Hauptträgheitsmomente in Bezug auf seinen Schwerpunkt.

Aufgabe 10 *: Für den gezeichneten Querschnitt bestimme man die auf den Schwerpunkt bezogenen Hauptträgheitsmomente und die Lage der Hauptträgheitsachsen.

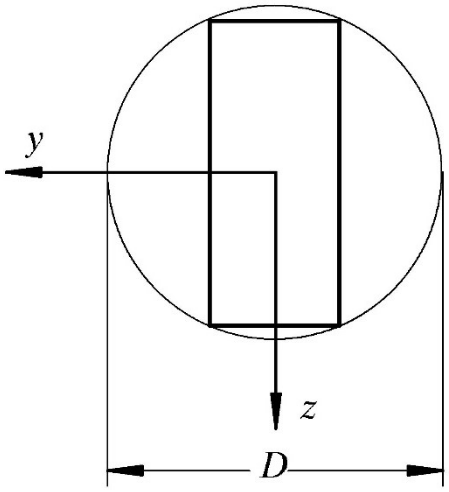


Man bestätige die Rechnung durch ein graphisches Verfahren (Maßangaben in cm).

Aufgabe 11 *: Für das gezeichnete Profil sind die Lage des Schwerpunkts S, die auf S bezogenen Hauptträgheitsmomente und die Lage der Hauptträgheitsachsen zu bestimmen. Maße in mm.



Aufgabe 12 **: Aus einem gegebenen Rundmaterial mit dem Durchmesser D wird ein Rechteckprofil herausgeschnitten, das ein möglichst großes Biegemoment M_y übertragen soll.



a) Wie groß sind Breite und Höhe des Rechteckprofils?

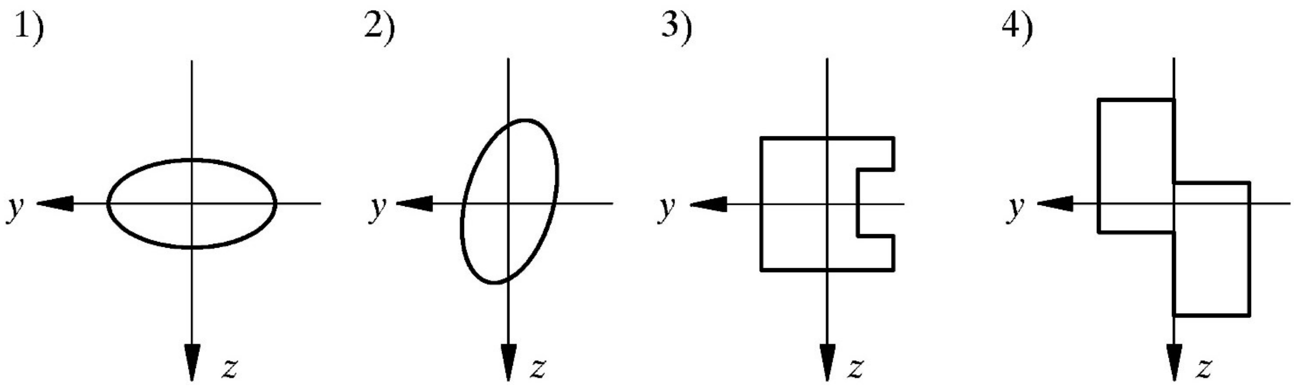
b) Um wieviel Prozent hat sich das zu übertragende Biegemoment gegenüber dem bei Kreisquerschnitt verändert?

c) Man berechne M_{max} für das Rechteckprofil, wenn $D = 100 \text{ mm}$ ist und die zulässige Spannung $\sigma_{zul} = 200 \text{ N/mm}^2$ beträgt.

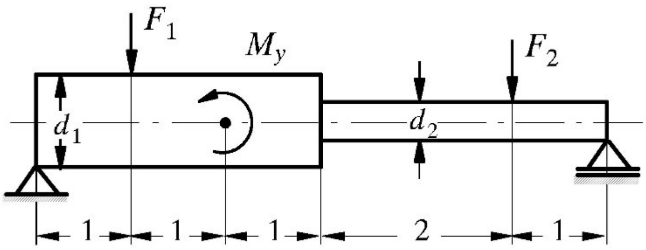
Aufgabe 13 *: Es sind vier verschiedene Flächen gegeben.
Überlegen Sie, ohne lange zu rechnen;

a) Bei welcher Fläche ist $I_y < I_z$?

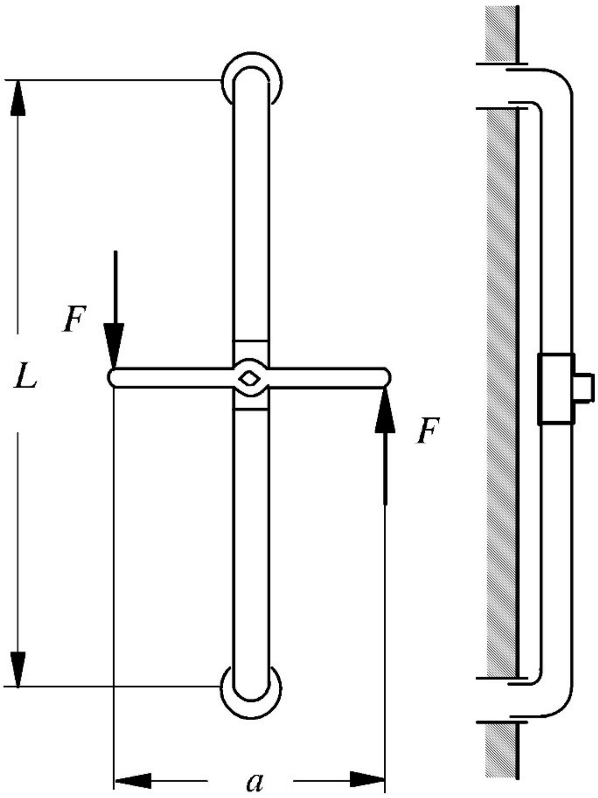
b) Bei welcher Fläche ist das Deviationsmoment $I_{yz} < 0$, $I_{yz} = 0$ oder $I_{yz} > 0$?



Aufgabe 14 **: Ein Balken mit kreisrundem Querschnitt ist in der Mitte abgesetzt. Er wird durch die Kräfte $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ und das Moment $\mathbf{M}_y$ belastet.
Man bestimme die Auflagerkräfte, die Momentenfläche und die Durchmesser d_1 und d_2, so daß in beiden Abschnitten die Maximalspannung den gleichen Wert σ_0 hat.
Alle Längen in m.
$\sigma_0 = 150 \text{ N/mm}^2$, $F_1 = F_2 = 50 \text{ kN}$,
$M_y = 60 \text{ kNm}$.



Aufgabe 15 *: An dem skizzierten Gasleitungsrohr klemmt der in der Mitte befindliche Hahn.



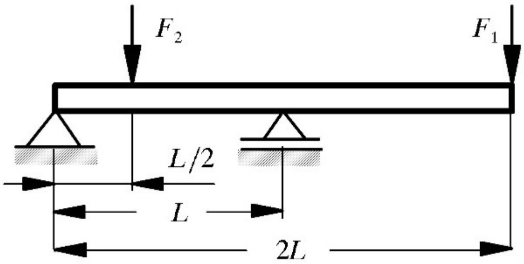
Er soll mit einem großen Schlüssel geöffnet werden, an dessen Enden mit der Kraft F gedrückt wird. Die Enden des Rohres sollen wie Gelenklager behandelt werden.

a) Man berechne den Ort und die Größe der maximalen Durchbiegung des Rohres.

b) Man gebe den Zahlenwert für die Durchbiegung an, wenn $L = 3\ \mathrm{m}$, $a = 50\ \mathrm{cm}$, $F = 200\ \mathrm{N}$, $E = 2 \cdot 10^5\ \mathrm{N/mm^2}$ sind.

Das Rohr hat einen Außendurchmesser von $D = 32\ \mathrm{mm}$, eine Wandstärke von $\delta = 5\ \mathrm{mm}$ und damit ein äquatoriales Trägheitsmoment von $I = 4{,}0\ \mathrm{cm}^4$.

Aufgabe 16 *: Eine Hohlwelle (Länge $2L$, Außendurchmesser d, Wandstärke δ) ist an einem Ende und in der Mitte statisch bestimmt gelagert.



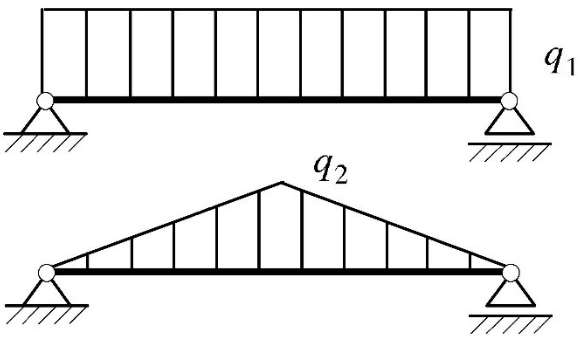
Sie wird durch die Kräfte $\mathbf{F}_1$ und $\mathbf{F}_2$ belastet. Das Eigengewicht der Welle kann vernachlässigt werden.

a) Man berechne Ort und Größe der stärksten Beanspruchung.

b) Wie groß ist die Durchbiegung am freien Ende?

$2L = 0{,}8\ \mathrm{m}$, $d = 2{,}4\ \mathrm{cm}$, $\delta = 2\ \mathrm{mm}$, $F_1 = 300\ \mathrm{N}$, $F_2 = 200\ \mathrm{N}$, $E = 2 \cdot 10^5\ \mathrm{N/mm^2}$.

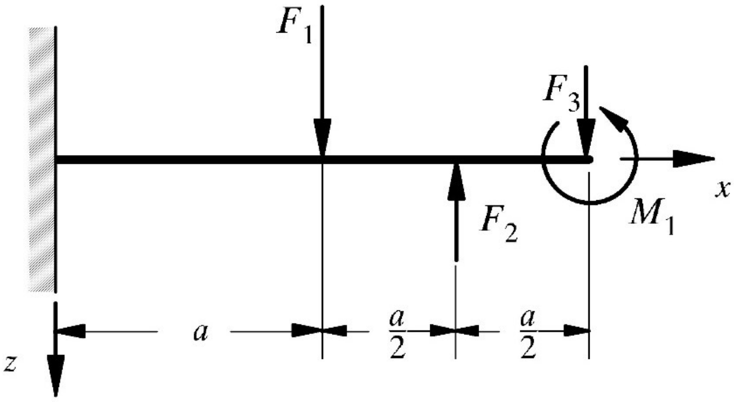
Aufgabe 17 *: Zwei gleiche, beiderseits frei aufliegende, homogene Träger von konstantem Querschnitt sind durch die kontinuierlichen Belastungen q_1 und q_2 beansprucht.



In welchem Verhältnis stehen in diesen zwei Belastungsfällen die Durchbiegungen in der Balkenmitte zueinander?

Aufgabe 18 *: Der gezeichnete Balken ist durch die Kräfte F_1, F_2 und F_3, sowie durch das Moment M_1 belastet. Es ist $F_2 = F_3 = \frac{1}{2} F_1$ und $M_1 = \frac{1}{4} F_1 a$.

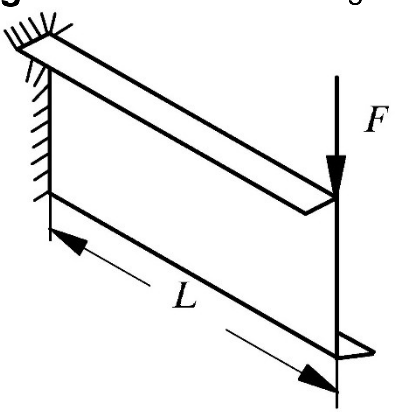
Geben Sie Querkraft- und Biegemomentenverlauf an und berechnen Sie die Biegelinie.



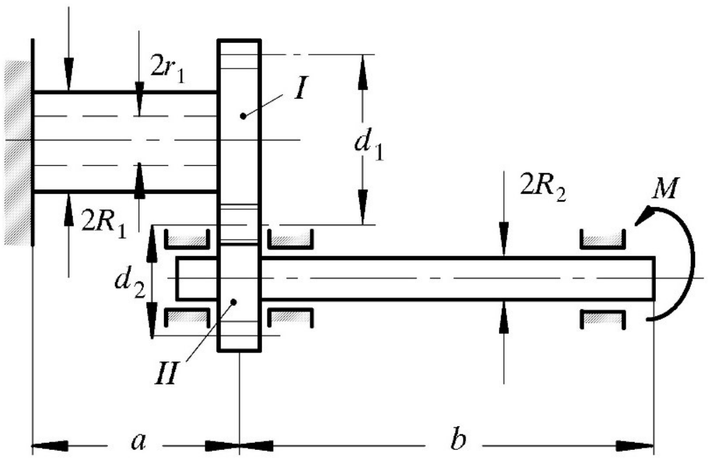
Aufgabe 19 **: Der in Aufgabe 10 berechnete Querschnitt gehöre zu einem Kragträger von Länge $L = 2\ \mathrm{m}$, der an seinem freien Ende mit einer vertikalen Kraft $F = 1000\ \mathrm{N}$ belastet ist.

Man ermittle die größte Biegespannung und auf rechnerischem Wege die Durchbiegung des Kragarmendes.

$E = 2 \cdot 10^5\ \mathrm{N/mm^2}$.



Aufgabe 20 **: Ein Zahnrad I mit dem Teilkreisdurchmesser d_1 sitzt auf einer einseitig fest eingespannten Hohlwelle (Länge a, Außenradius R_1, Innenradius r_1, Schubmodul G, Elastizitätsmodul E). Das Zahnrad I greift in ein Zahnrad II mit dem Teilkreisdurchmesser d_2 ein, das auf einer Welle (Daten : b, R_2, G) aufgeschrumpft ist. Am anderen Ende der Welle wird ein Moment $\mathbf{M}$ angelegt. Die Größen a, b, r_1, R_1, R_2, d_1, d_2, E, G, $\mathbf{M}$ seien gegeben.



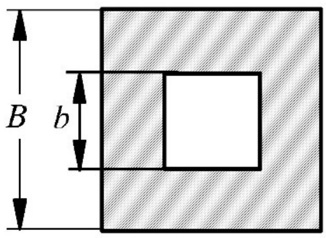
a) Wie groß sind die maximalen Schubspannungen in beiden Wellen?

b) Wie groß ist die maximale Biegespannung in der Welle I?

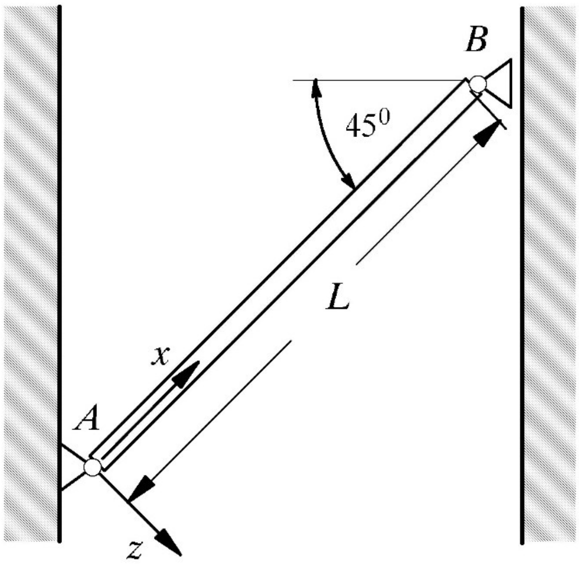
c) An welcher Stelle wird die Welle I am stärksten beansprucht?

d) Um welchen Winkel ϕ verdreht sich die Welle 2 am Angriffsort des Momentes $\mathbf{M}$?

Aufgabe 21 **: Ein quadratischer hohler Betonstützpfeiler wird durch eine exzentrische Druckkraft in Längsrichtung belastet. In welchem Bereich darf diese Kraft angreifen, wenn nirgends Zugspannungen auftreten sollen? Man gebe das Ergebnis in Abhängigkeit von B und b an und diskutiere Grenzfälle.
Außerdem soll in eine maßstäbliche Skizze für die Zahlenwerte $B = 1\ \mathrm{m}$, $b = 0{,}7\ \mathrm{m}$ der "Kern" eingezeichnet werden.



Aufgabe 22 **: Ein homogener Balken vom Gewicht G und quadratischem Querschnitt (Seitenlänge a) sei wie skizziert zwischen zwei vertikalen Wänden gelagert.
An welcher Stelle (x, z) ist die Normalspannung σ_x am größten?
Um wie viel verkürzt sich der Balken infolge der in x −Richtung wirkenden Belastung?



Aufgabe 23 *: Der in Aufgabe 19 beschriebene Kragträger werde zentral durch eine Druckkraft in seiner Längsachse (x −Achse) belastet.
$E = 2 \cdot 10^5\ \mathrm{N/mm^2}$, $\sigma_{krit} = 200\ \mathrm{N/mm^2}$; ohne Sicherheitsfaktor rechnen!

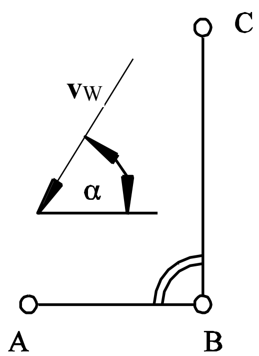
a) Wie groß könnte diese werden?

b) Ab welchem Schlankheitsgrad versagt der Träger durch elastisches Ausknicken?

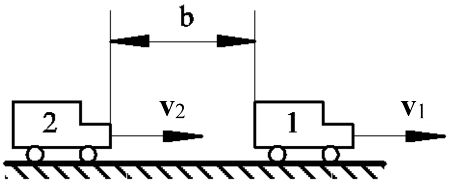
c) Welche Länge würde diesem Schlankheitsgrad entsprechen?

Aufgabe 24 *: Ein Flugzeug, dessen Eigengeschwindigkeit v_F bestimmt werden soll, macht einen Probeflug von A über B nach C. Es benötigt für die Strecke AB = 20 km die Zeit 400 s, für die Strecke BC = 27 km die Zeit 600 s. Während des ganzen Fluges weht ein Wind von unbekannter Geschwindigkeit v_W mit bekannter Richtung $\alpha = 63.5^\circ$.

Wie groß ist v_F?



Aufgabe 25 **: Zwei Fahrzeuge 1 und 2 befahren in gleicher Richtung eine gerade, ebene Straße mit den Geschwindigkeiten v_1 und v_2. Zu dem Zeitpunkt, da das erste Fahrzeug mit der konstanten Verzögerung a_1 zu bremsen beginnt, beträgt ihr lichter Abstand b. Das zweite Fahrzeug bremst eine halbe Sekunde später mit der konstanten Verzögerung a_2.



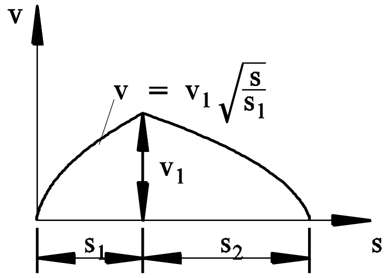
Stoßen die beiden Fahrzeuge zusammen? Wenn ja, wann und wo, und wie groß ist in diesem Augenblick ihre Geschwindigkeit gegeneinander?

$v_1 = 45$ km/h,	$a_1 = 5$ m/s^2,	$b = 10$ m,
$v_2 = 50$ km/h,	$a_2 = 4$ m/s^2.	

Aufgabe 26 */:** Ein mit 108 km/h fahrender Autofahrer A muss sich 50 m hinter einem mit 90 km/h vorausfahrenden Auto entschließen, ob er überholen oder bremsen soll. Fahrer A nimmt an, dass der Überholvorgang beendet ist, wenn er 20 m vor dem Überholten wieder auf der rechten Fahrbahnseite fährt.

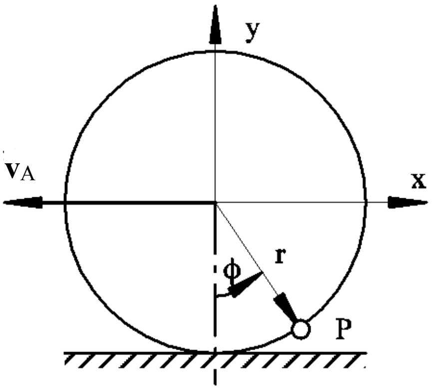
Welche Entfernung von ihm müsste ein mit 108 km/h entgegenkommendes Fahrzeug haben, damit es am Ende des Überholvorgangs auf gleicher Höhe wie der Fahrer A ist? Man stelle den Lage−Zeit−Plan der einzelnen Fahrzeuge in **einem** Diagramm dar. Sämtliche Geschwindigkeiten bleiben während des Überholvorgangs konstant, die Abstände werden zwischen den einzelnen Fahrern gemessen und die Bahn von A soll als Gerade behandelt werden.

Aufgabe 27 *: Das v/s−Diagramm eines elektrischen Zuges setzt sich aus zwei Parabeln zusammen. Die erste bedeutet die Anfahrperiode, die zweite die (stromlose) Auslaufperiode.



Bis zu welcher Geschwindigkeit v_1 muss angefahren werden, wenn die Gesamtstrecke $s_1 + s_2 = 1200$ m in 120 s zurückgelegt werden soll?

Aufgabe 28 *: Ein Auto fährt mit $v_A = 108$ km/h und rollt dabei schlupflos auf der Straße. Im Punkt P, der durch den Winkel ϕ gekennzeichnet ist, löst sich ein Stein aus dem Profil des Reifens.



Man berechne in den folgenden Teilfragen die gesuchten Größen als Funktionen von ϕ und gebe Zahlenwerte für $\phi = 0^\circ$ und $\phi = 30^\circ$ an.

Die Höhe des Ablösepunktes über der Straße und der Radius des Reifens soll gegenüber der Wurfhöhe vernachlässigt werden.

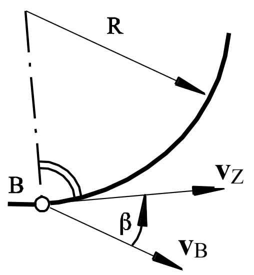
a) Wie groß sind die Geschwindigkeitskomponenten des Steins im Augenblick des Loslösens?

b) Man berechne die maximale Wurfhöhe, die der Stein erreicht.

c) Wie weit wird der Stein weggeschleudert?

d) In welchem Abstand kann ein gleich schneller, nachfolgender Lastwagen der Höhe $4\ \mathrm{m}$ fahren, damit er nicht mehr von dem Stein getroffen wird?

Aufgabe 29 *: Ein Zug durchfährt mit der Geschwindigkeit $\mathbf{v}_Z$ eine Kurve vom Radius R. Aus einem Abteilfenster wird horizontal ein punktförmiger Körper B mit der Relativgeschwindigkeit $\mathbf{v}_B$ unter dem Winkel β nach außen geworfen. Die Abwurfhöhe über dem ebenen Gelände beträgt h.



Man bestimme Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung von B:

a) von einem ruhenden Beobachter,

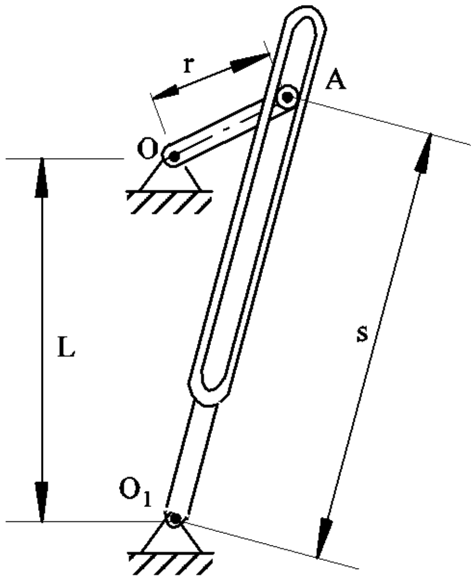
b) von einem mitfahrenden Beobachter aus.

Aufgabe 30 *:** Unter der geographischen Breite $\phi = 45^\circ$ werde ein Massenpunkt relativ zur bewegten Erde mit einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 500\ \mathrm{m/s}$ senkrecht nach oben geschleudert.

Man errechne die Steigzeit T, die Wurfhöhe H, die Geschwindigkeit im Gipfelpunkt der Bahn und gebe an, ob der Massenpunkt nach Rückkehr zum Erdboden gegenüber der Abschussstelle eine Ost− oder Westabweichung erleidet.

Wie groß ist diese Abweichung?

Aufgabe 31 *: Bei dem skizzierten Mechanismus dreht sich die Kurbel (Kurbelradius r) mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um die feste Achse O. Der Kurbelzapfen (A) gleitet in einem Schlitz der Kulisse, die ihrerseits um die feste Achse O_1 drehbar ist. Die Drehpunkte von Kurbel und Kulisse haben den Abstand L. Es gilt $L > r$.

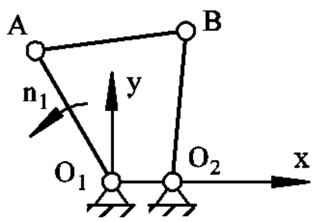


a) Man bestimme die Winkelgeschwindigkeit ω_1 der Kulisse als Funktion des Abstandes s (siehe Skizze).

b) Man gebe den maximalen und den minimalen Wert der Relativgeschwindigkeit zwischen Kulisse und Kurbelzapfen (A) an und skizziere die diesen Extremwerten entsprechenden Kurbelstellungen.

c) Man ermittle diejenigen Kurbellagen, bei denen die Drehgeschwindigkeit von Kurbel und Kulisse gleichen Betrag haben.

Aufgabe 32 *: Die Kurbel O_1A des untenstehenden Gelenkvierecks dreht sich mit $n_1 = 60$ U/min um O_1. Die Koppel AB überträgt die Bewegung auf die Schwinge O_2B, die sich um O_2 dreht. Kurbel, Koppel und Schwinge haben jeweils die Länge $a = 10$ cm. O_1 und O_2 haben den Abstand $b = 4$ cm.



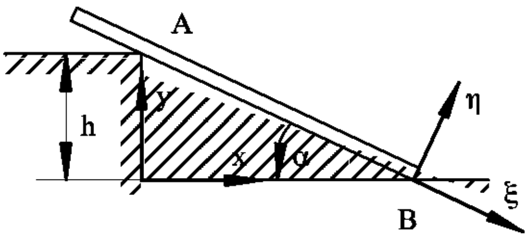
Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit ω_1 der Kurbel O_1A? Für diejenige Stellung des Mechanismus, bei der der Punkt B auf der x−Achse rechts von O_2 liegt, bestimme man

a) die Koordinaten x_p und y_p des Momentandrehpols für die Bewegung der Koppel AB,

b) die Winkelgeschwindigkeit ω der Koppel AB,

c) die Geschwindigkeiten $\mathbf{v}_A = [v_{A_x},\ v_{A_y}]$ und $\mathbf{v}_B = [v_{B_x},\ v_{B_y}]$ der Punkte A und B.

Aufgabe 33 *: Ein Stab bewegt sich in der xy−Ebene so, dass er mit seinem Ende B auf einer horizontalen Ebene sowie auf der Kante A gleitet.



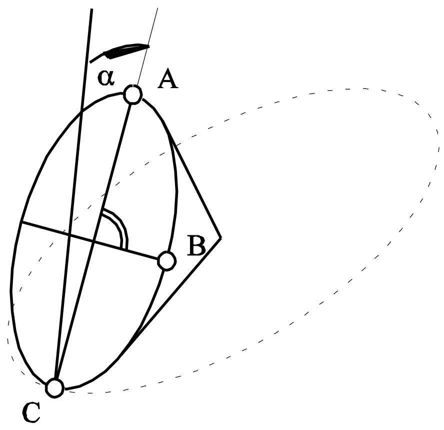
a) Man ermittle zeichnerisch den Momentanpol der Bewegung für einen beliebigen Winkel α.

b) Man bestimme im xy−System die Koordinaten des Momentanpols in Abhängigkeit vom Winkel α.

c) Wie lautet die Gleichung der Spurkurve im xy−System?

d) Wie lautet die Gleichung der Polkurve im körperfesten $\xi\eta$−System?

Aufgabe 34 **: Ein unter dem Winkel α gegen die Vertikale geneigter senkrechter Kreiskegel (Grundkreisradius r, Öffnungswinkel 2α) rollt auf einer horizontalen Ebene im Kreise herum und benötigt zu einem vollen Umlauf die Zeit T.



a) Man gebe die Richtung der momentanen Drehachse an.

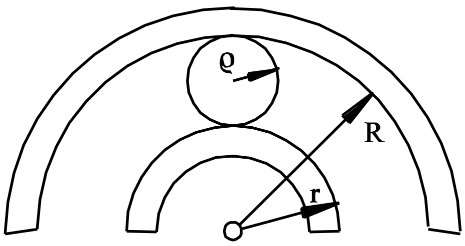
b) Man gebe die Spur− und Polflächen der Bewegung an.

c) Wie groß ist der Betrag der momentanen Drehgeschwindigkeit?

d) Wie groß sind die Geschwindigkeiten der auf dem Umfang gelegenen Punkte A, B, C?

e) Man bestimme die Winkelbeschleunigung des Kreiskegels nach Größe und Richtung.

Aufgabe 35 *: Der Außenring eines Rollenlagers rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω_A. Der Innenring sei fest.

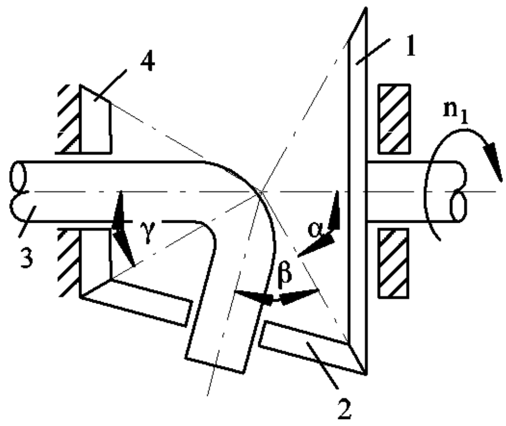


a) Wie groß ist die absolute Winkelgeschwindigkeit einer Rolle?

b) Mit welcher Winkelgeschwindigkeit rotiert der Ortsvektor vom Mittelpunkt des Lagers zum Rollenmittelpunkt?

Wie lauten die Ergebnisse, wenn der Innenring rotiert (Winkelgeschwindigkeit ω_I) und der Außenring fest ist?

Aufgabe 36 *:** Das skizzierte Umlaufgetriebe wird bei Flugzeugen zur Untersetzung der Motordrehzahl verwendet. Die Motorwelle 1 treibt mittels des Zahnrades 1 das auf einer Kröpfung der Propellerwelle 3 drehbar gelagerte Zahnrad 2 an. Dieses wälzt sich auf dem mit dem Gehäuse fest verbundenen Zahnrad 4 ab, so dass die Propellerwelle in Drehung versetzt wird.



a) Man gebe die Drehzahl der Propellerwelle n_3 in Abhängigkeit von der Motordrehzahl n_1 und den angegebenen Winkeln an.

b) Wie groß ist die Drehzahl n_{23} des Zahnrades 2 bezüglich seiner Symmetrieachse?

c) Man berechne die Quotienten n_{23}/n_1 und n_3/n_1 für die Winkel $\alpha = 42^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 18^\circ$.

Aufgabe 37 *: Eine Körperbewegung um einen festen Punkt ist durch die Eulerschen Winkel

$\psi = \frac{\pi}{2} - 2t\varepsilon$, $\theta = \frac{\pi}{3}$, $\phi = 4t\varepsilon$, ($\varepsilon = \frac{1}{s}$) bestimmt.

Es sind die Koordinaten der Winkelgeschwindigkeit, der Hodograph der Winkelgeschwindigkeit, der Betrag der Winkelgeschwindigkeit und die Winkelbeschleunigung des Körpers zu ermitteln.