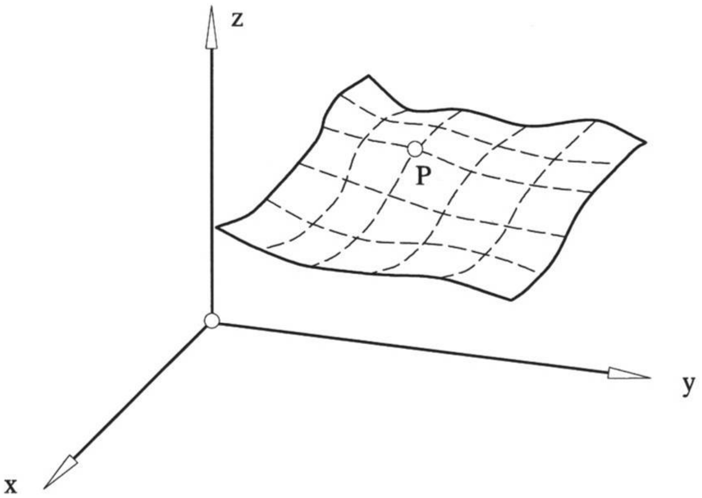
Aufgabe 1:



Wie viele Freiheitsgrade besitzt ein Punkt P, der sich auf der skizzierten gekrümmten Fläche bewegt?

- ○ f = 1
- ⊗ f = 2
- ○ f = 3

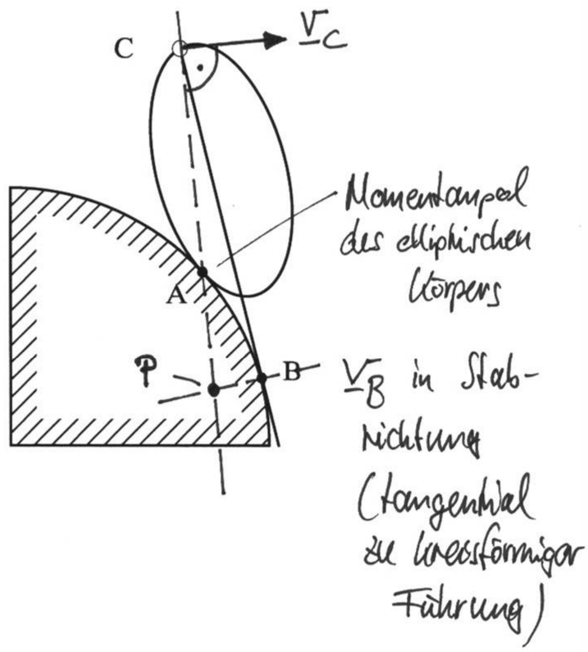
- 1 Bindung
- 2 unabhängige Lagekoordinaten

Aufgabe 2: Wie viele Freiheitsgrade hat ein starrer Körper, der aus zehn durch Stäbe miteinander verbundenen Punkten aufgebaut ist?

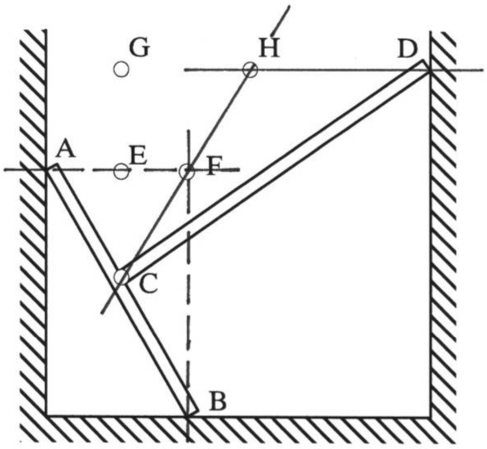
○ f = 3 ⊗ f = 6 ○ f = 30 ○ f = 60

Aufgabe 3: Ein elliptischer Körper rollt auf einer kreisförmigen Führung ab (Berührungspunkt A). Im Punkt C ist ein Stab gelenkig mit dem Körper verbunden. Der Stab gleitet im Punkt B auf der Führung.

Konstruieren Sie den Momentanpol P des Stabes.



Aufgabe 4:



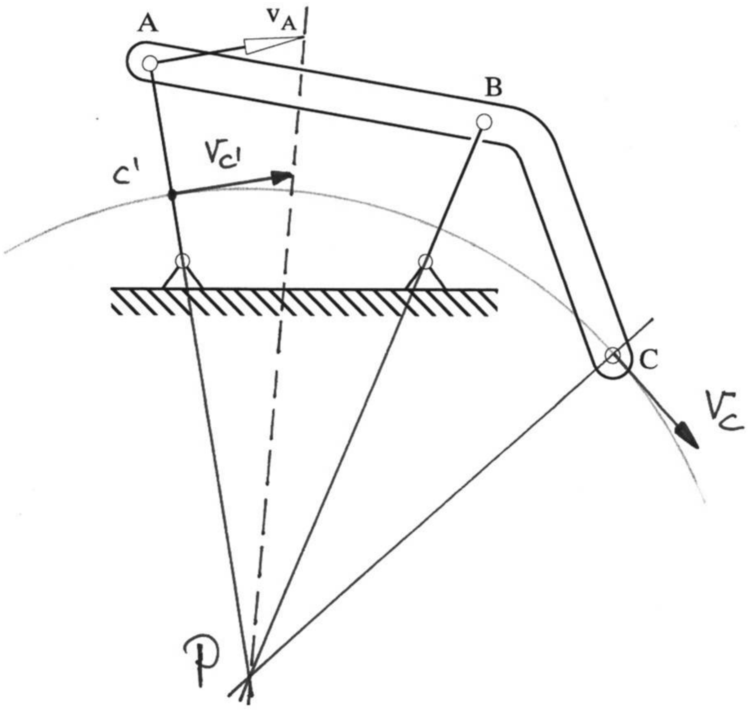
Die Stäbe AB und CD sind bei C durch ein Gelenk verbunden und gleiten in einer rechteckigen Vertiefung mit glatten Seitenwänden.

Wo liegen die Momentanpole P_{AB} und P_{CD} der Stäbe AB und CD in der skizzierten Lage?

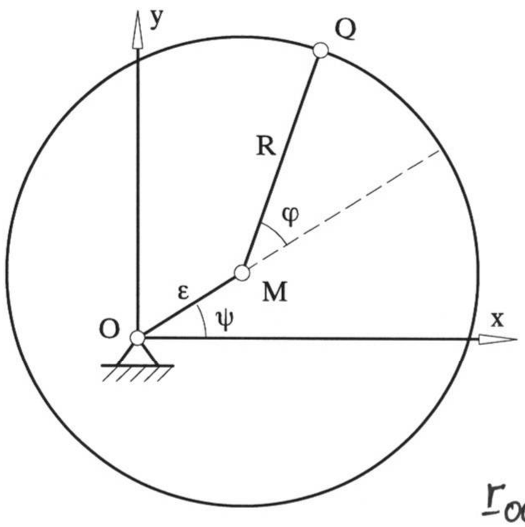
Pol / Punkt	A	B	C	D	E	F	G	H
P_{AB}						X		
P_{CD}								X

Aufgabe 5:

Konstruieren Sie die Geschwindigkeit des Punktes C nach Größe und Richtung.



Aufgabe 6:



Eine exzentrisch gelagerte Kreisscheibe drehe sich in der x,y−Ebene mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\psi}$ um die z−Achse. Die Lage des Punktes Q der Scheibe sei durch den Winkel φ zwischen OM und MQ festgelegt.

a) Welche Koordinaten hat der Ortsvektor $\mathbf{r}$ von Q im Koordinatensystem $\{x, y, z\}$?

$$\underline{r}_{OQK} = \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \varepsilon\cos\psi + R\cos(\varphi+\psi) \\ \varepsilon\sin\psi + R\sin(\varphi+\psi) \\ 0 \end{bmatrix}$$

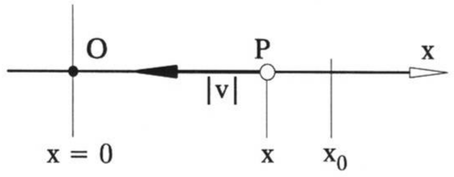
b) Welche Koordinaten hat die Geschwindigkeit $\mathbf{v}$ von Q?

$$\underline{v}_{OQK} = \mathbf{v} = \begin{bmatrix} -\varepsilon\dot{\psi}\sin\psi - R\dot{\psi}\sin(\varphi+\psi) \\ \varepsilon\dot{\psi}\cos\psi + R\dot{\psi}\cos(\varphi+\psi) \\ 0 \end{bmatrix}$$

c) Welcher Punkt ist der Momentanpol P der Scheibe?

- ○ P = M
- ☒ P = O
- ○ P = Q

Aufgabe 7:



Ein Punkt P bewege sich geradling auf der x−Achse. Zur Zeit $t_0 = 0$ sei er an der Stelle $x = x_0 > 0$.

Seine Geschwindigkeit $v = \frac{dx}{dt}$ sei stets zum Ursprung O gerichtet, ihr Betrag sei proportional zum Abstand x vom Ursprung O (Proportionalitätsfaktor $k > 0$).

a) Wie lauten die Funktionen $v = v(x)$, $a = a(x)$ und $x = x(t)$?

Dabei sei $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ die Beschleunigung von P.

$v(x) = -kx$, $a(x) = k^2 x$,

$x(t) = x_0 e^{-kt}$

Siehe Merkblatt M4

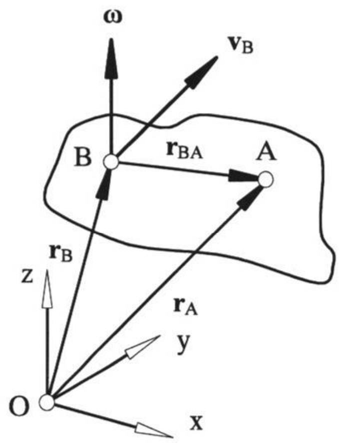
b) Erreicht P den Ursprung in endlicher Zeit?

○ Ja   ⊗ Nein

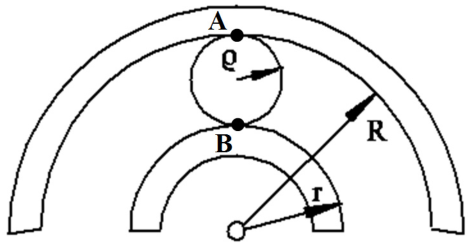
Aufgabe 8: Der Bewegungswinder eines starren Körpers im Punkt B sei $(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{v}_B)$.

Wie lautet der äquivalente Winder im Punkt A?

$\left(\underline{\omega} \; , \; \underline{v}_B + \underline{\omega} \times \underline{r}_{BA} \right)$



Aufgabe 35: Der Außenring eines Rollenlagers rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω_A. Der Innenring sei fest.



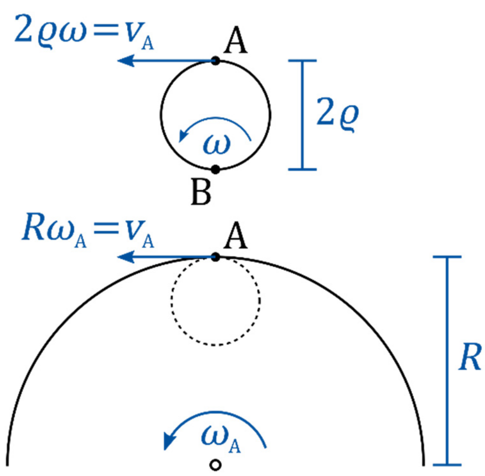
a) Wie groß ist die absolute Winkelgeschwindigkeit einer Rolle?

b) Mit welcher Winkelgeschwindigkeit rotiert der Ortsvektor vom Mittelpunkt des Lagers zum Rollenmittelpunkt?

Wie lauten die Ergebnisse, wenn der Innenring rotiert (Winkelgeschwindigkeit ω_I) und der Außenring fest ist?

Lösung

a) Jede Rolle vollführt eine ebene Bewegung. Die ebene Bewegung eines starren Körpers kann momentan stets als reine Drehung um den Momentanpol (bzw. als reine Translation, wenn der Momentandrehpol nach ∞ rückt) aufgefasst werden. Der Momentanpol lässt sich bestimmen, wenn die Geschwindigkeiten zweier Punkte des Körpers bekannt sind. Dazu betrachten wir hier die Berührpunkte A und B der Rolle mit dem äußeren bzw. inneren Ring. Als Punkt des äußeren Rings, der mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_A rotiert, hat A die Geschwindigkeit $v_A = R\omega_A$. Für B ergibt sich als Punkt des feststehenden Innenrings $v_B = 0$. Andererseits sind A und B auch Punkte der Rolle, von der sich somit der Momentandrehpols bestimmen lässt. Wegen $v_B = 0$ ist dies gerade der Punkt B (Definition des Momentandrehpols!). Ist ω die Winkelgeschwindigkeit der Rolle, so gilt für v_A:



<u>A als Punkt der Rolle</u>

$$v_A = 2\rho\omega = (R-r)\omega \tag{1}$$

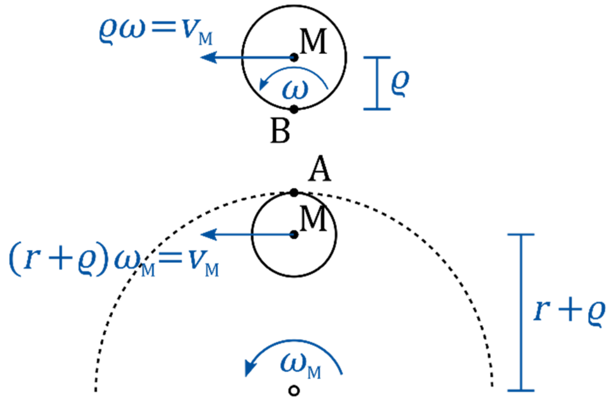
<u>A als Punkt des Außenrings</u>

$$v_A = R\omega_A \tag{2}$$

(1) = (2): $\quad (R-r)\,\omega = R\omega_A$

$$\omega = \frac{R}{R-r}\,\omega_A \tag{3}$$

b) Die Geschwindigkeit v_M des Rollenmittelpunktes M ist $v_M = \rho\omega$, da M ein Punkt der Rolle ist. Für die Winkelgeschwindigkeit ω_M, mit der der Rollenmittelpunkt M um den Lagermittelpunkt rotiert, erhält man:



<u>Rollenmittelpunkt als Punkt der Rolle</u>

$$v_M = \rho\omega \qquad (4)$$

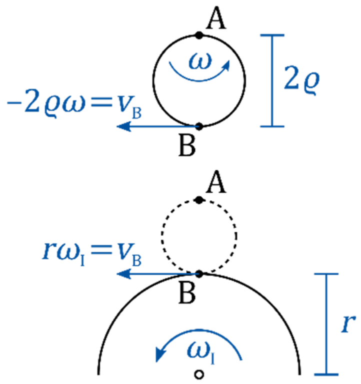
<u>Rollenmittelpunkt bezüglich Lagermittelpunkt</u>

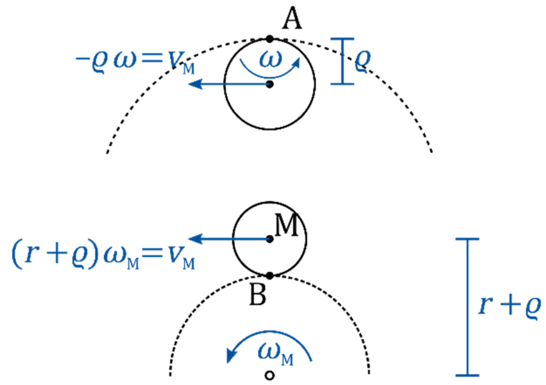
$$v_M = (r+\rho)\,\omega_M \qquad (5)$$

(4) = (5): $\quad \rho\omega = (r+\rho)\,\omega_M$

mit (3) $\quad \omega_M = \dfrac{\rho}{\rho+r}\,\dfrac{R}{R-r}\,\omega_A = (\dots) = \dfrac{R}{R+r}\,\omega_A \qquad (6)$

Rotiert der Innenring bei feststehendem Außenring, so ist A der Momentandrehpol einer Rolle, und es ergibt sich auf analogem Weg:





$$-2\,\rho\omega = r\,\omega_I \quad\Rightarrow\quad \omega = -\frac{r}{R-r}\,\omega_I$$

$$-\rho\omega = (r+\rho)\,\omega_M \quad\Rightarrow\quad \omega_M = \frac{r}{R+r}\,\omega_I$$

Bemerkung: Für den Drehsinn von ω bzw. ω_M gilt in beiden Fällen folgendes:

Außenring	Innenring	ω	ω_M
rechtsdrehend linksdrehend	feststehend	rechtsdrehend linksdrehend	rechtsdrehend linksdrehend
feststehend	rechtsdrehend linksdrehend	linksdrehend rechtsdrehend	rechtsdrehend linksdrehend