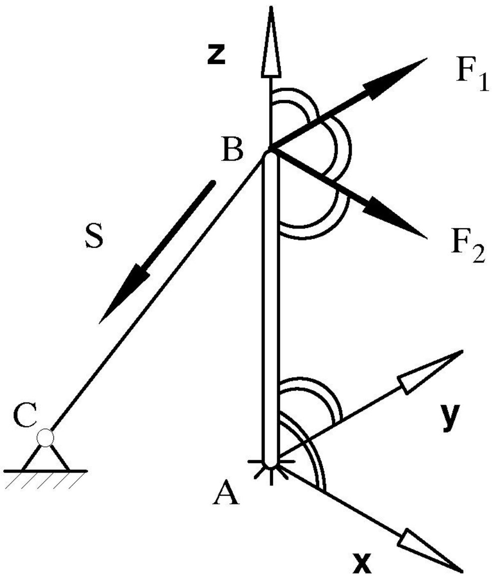
Kraftwinder



Der skizzierte Eckpfosten eines Gartenzaunes ist bei A fest im Boden verankert.

Er wird in B durch die Kräfte $|\mathbf{F}_1| = F$, $|\mathbf{F}_2| = F$ und $|\mathbf{S}| = S$ belastet. Die Punkte B und C sind durch die Ortsvektoren

$$\mathbf{r}_{AB} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2a \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_{AC} = \begin{bmatrix} -a \\ -a \\ 0 \end{bmatrix}$$

gegeben.

a) Wie lautet die Koordinatendarstellung der Kräfte $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ und $\mathbf{S}$?

$$\mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix} \qquad \mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix} \qquad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

b) Bestimmen Sie den zu $(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{S})$ äquivalenten Kraftwinder bezüglich A.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix} \qquad \mathbf{M}^{(A)} = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

c) Wie groß muss die Kraft S sein, damit das Einspannmoment in A verschwindet?

$$S = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Gebundene Vektoren

Ein System zweier gebundener Vektoren

$$\mathbf{F}_1 = F_1\,\mathbf{e}_z \;, \qquad \mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

hat den äquivalenten Vektorwinder $(\mathbf{F}, \mathbf{M}_0)$ mit

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{M}_0 = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Der Angriffspunkt von $\mathbf{F}_1$ ist $\mathbf{r}_1 = \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y$.

a) Ermitteln Sie den Betrag des Vektors $\mathbf{F}_1$ und den Angriffspunkt von $\mathbf{F}_2$, der in der $yz-$Ebene liegen soll.

$F_1 =$ __________

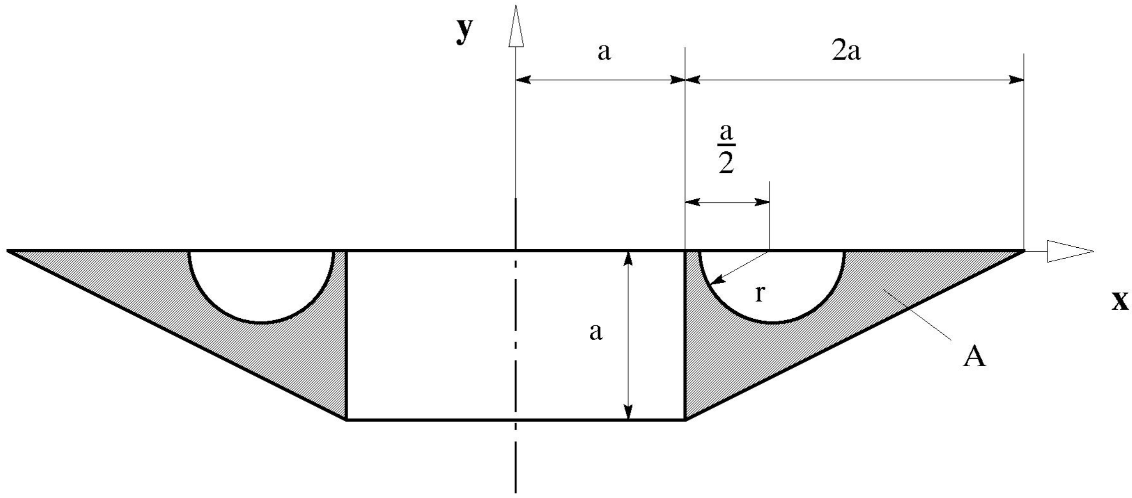
$$\mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

b) Warum lassen sich nicht alle drei Koordinaten des Angriffspunktes von $\mathbf{F}_2$ rechnerisch ermitteln? Geben Sie eine physikalische Erklärung.

____

Schwerpunktsbestimmung

Für den dargestellten homogenen Ringkörper sollen die Lage des Schwerpunkts und mit Hilfe der Guldinschen Regeln das Volumen bestimmt werden. Die erzeugende Fläche A lässt sich als Dreieck (Fläche A_1) mit ausgeschnittenem Halbkreis (Fläche A_2) beschreiben.



a) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Teilflächen und der erzeugenden Fläche.

$A_1 =$ ____________ $A_2 =$ ____________

$A =$ ____________

b) Bestimmen Sie die Lage der Schwerpunkte der Teilflächen.

$x_{S1} =$ ____________ $x_{S2} =$ ____________

$y_{S1} =$ ____________ $y_{S2} =$ ____________

c) Wo liegt der Schwerpunkt der erzeugenden Fläche?

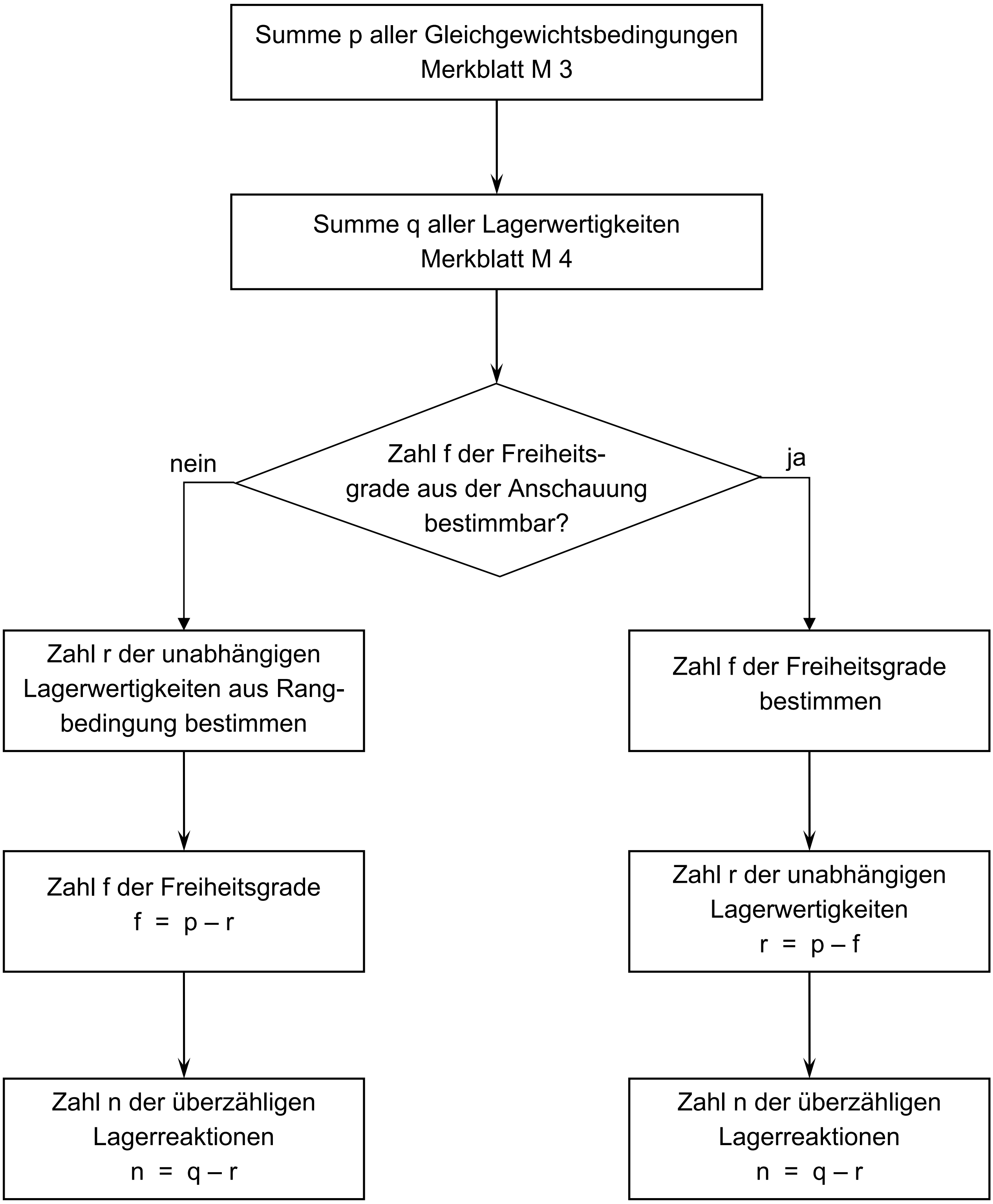
$x_S =$ ________________________________

$y_S =$ ________________________________

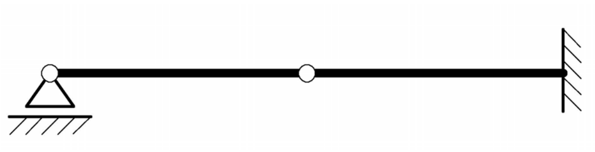
d) Wie groß ist das Volumen des Ringkörpers?

$V =$ ________________________________

Lagerung von Mehrkörpersystemen



Beispiel 1:



p =

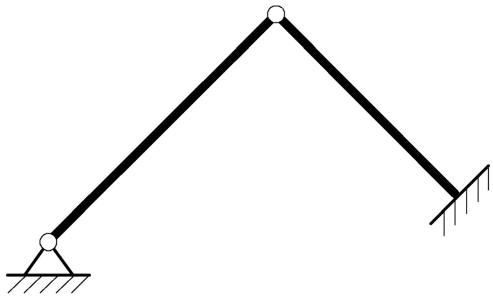
r =

q =

f =

n =

Beispiel 2:



p =

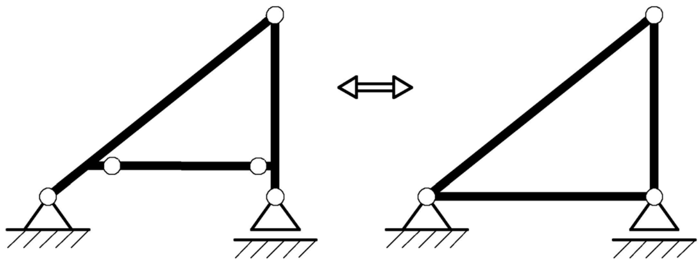
r =

q =

f =

n =

Beispiel 3:



p =

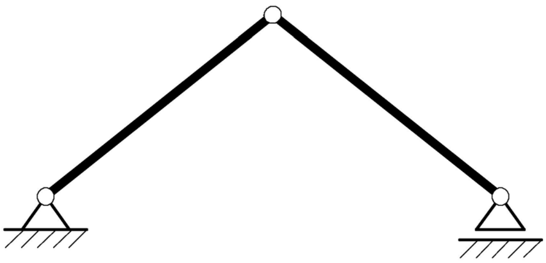
r =

q =

f =

n =

Beispiel 4:



p =

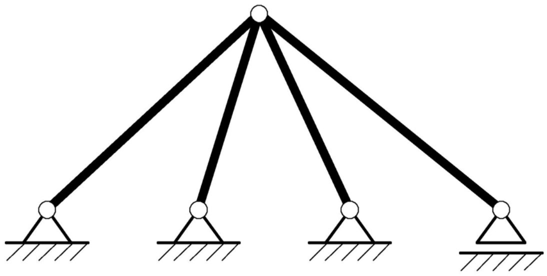
r =

q =

f =

n =

Beispiel 5:



p =

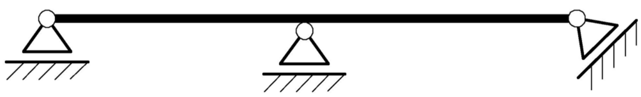
r =

q =

f =

n =

Beispiel 6:



p =

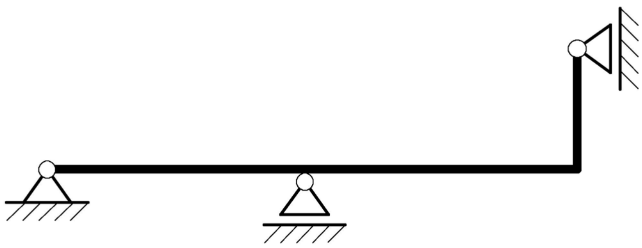
r =

q =

f =

n =

Beispiel 7:



p =

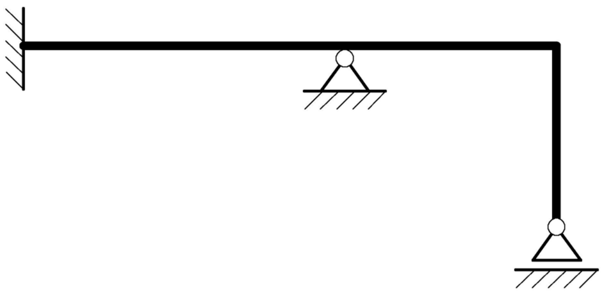
r =

q =

f =

n =

Beispiel 8:



p =

r =

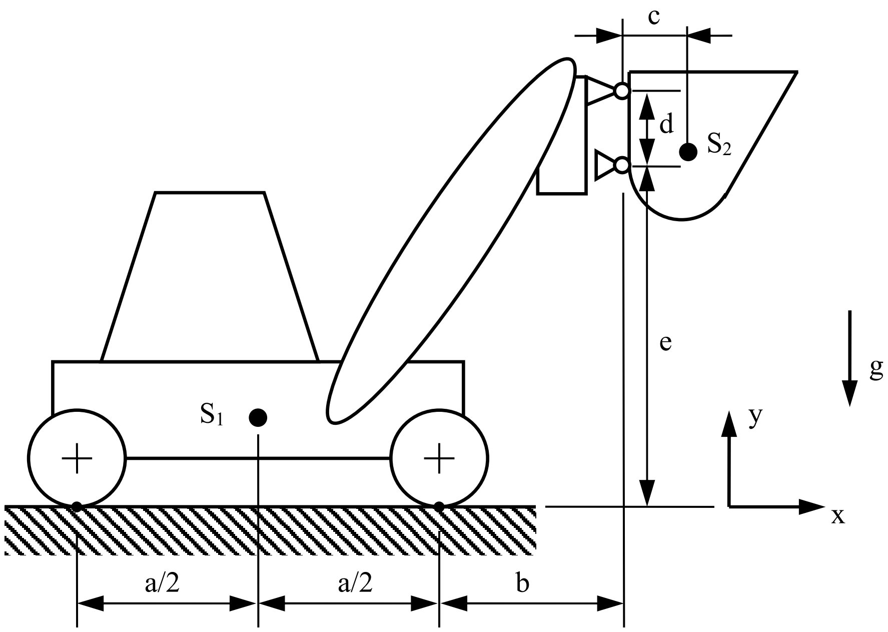
q =

f =

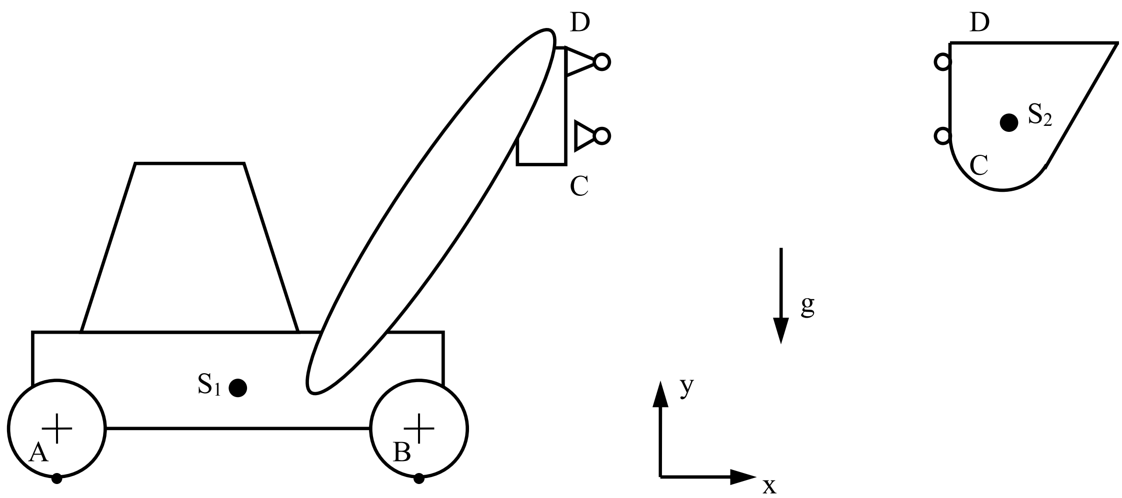
n =

Freischneiden und Gleichgewicht

Ein Bagger (Masse m_1, Schwerpunkt S_1) mit gefüllter Schaufel (Masse m_2, Schwerpunkt S_2) sei gegeben. Er ist in Ruhe und am Hinterrad tritt keine Horizontalkraft auf.



a) Schneiden Sie die Körper frei, zeichnen Sie alle angreifenden Kräfte ein und bezeichnen Sie diese.



b) Stellen Sie alle nichttrivialen Kräfte- und Momentengleichgewichte getrennt für Schaufel und Bagger auf.

Schaufel:

____

____

____

Bagger:

____

____

____

c) Berechnen Sie die Reifenaufstandskräfte.

$$\mathbf{F_A} = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}, \mathbf{F_B} = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

d) Welche Bedingung muss gelten, damit der Bagger nicht umfällt?

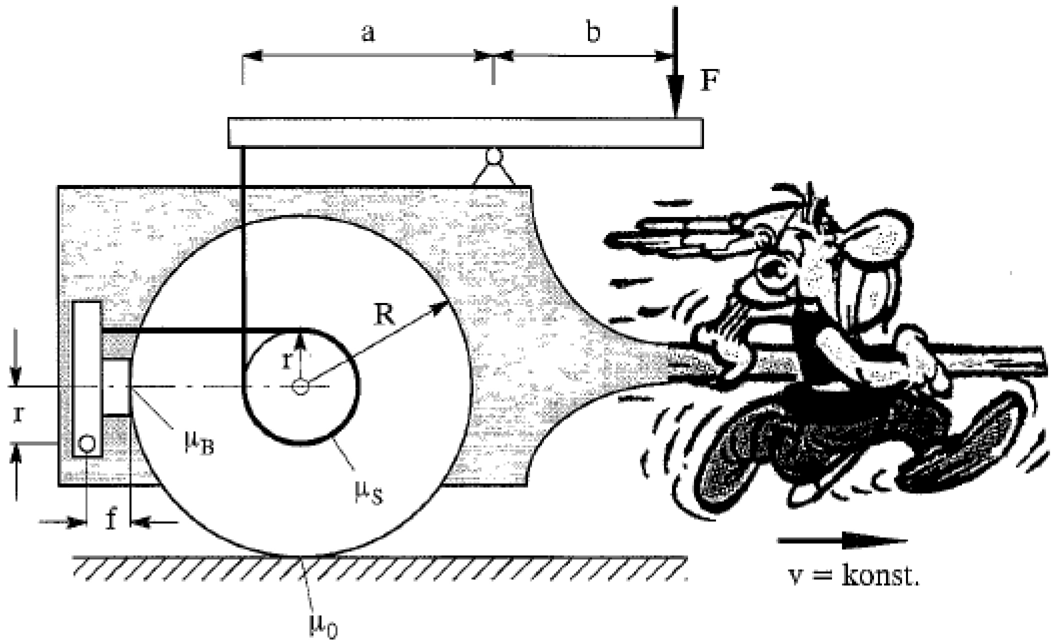
_________________________ ≥ _________________________

e) Wie groß darf die Masse m_2 der gefüllten Schaufel maximal sein, ohne dass der Bagger umfällt?

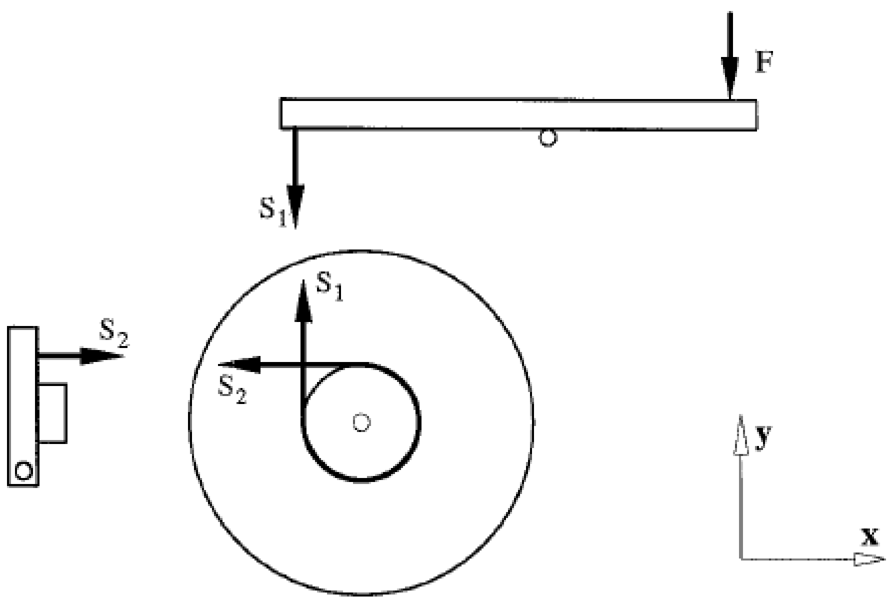
____

Alte Prüfungsaufgabe WS 1996/97

Ein einachsiger Wagen wird mit konstanter Geschwindigkeit gezogen. Die Bremse wurde nicht vollständig gelöst: durch die Kraft F wird über einen Hebel ein Seil gespannt (Gleitreibungskoeffizient μ_S), das den Bremsklotz gegen das Rad zieht (Gleitreibungskoeffizient μ_B). Das Rad (Gewicht G) rollt auf der Straße ohne zu gleiten (Haftreibungskoeffizient μ_0). Die Massen der beiden Hebel können vernachlässigt werden.



a) Ergänzen Sie die fehlenden Kräfte und Momente auf die drei freigeschnittenen Körper.



b) Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingungen für die beiden Hebel auf.

____

____

____

____

____

____

c) Geben Sie die Gleichgewichtsbedingungen für das Rad an.

____

____

____

d) Welche Seilkraft S_1 ergibt sich aus den Gleichgewichtsbedingungen?

$S_1 =$ ________________

e) In welchem Verhältnis stehen die Seilkräfte S_1 und S_2 aufgrund der Seilreibung zueinander?

☐ $\frac{S_2}{S_1} = e^{\mu_s \frac{3\pi}{2}}$ ☐ $\frac{S_2}{S_1} = e^{\mu_s 3\pi}$ ☐ $\frac{S_2}{S_1} = e^{-\mu_s \frac{3\pi}{2}}$ ☐ $\frac{S_2}{S_1} = e^{-\mu_s \pi}$

f) Welcher Zusammenhang besteht zwischen Normalkraft und Reibkraft am Bremsklotz?

____

g) Berechnen Sie die Normalkraft zwischen Bremsklotz und Rad.

____

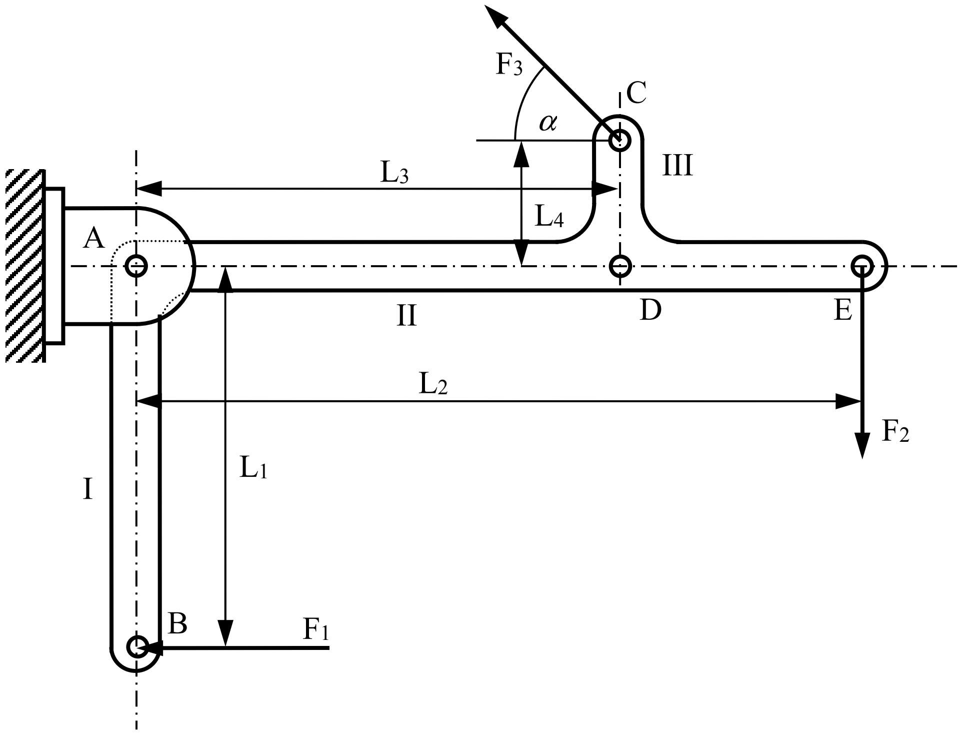
h) Wie groß ist die Haftreibungskraft zwischen Rad und Straße?

____

Querkraft- und Momentenverlauf

Ein Hebel, an dem drei eingeprägte Kräfte angreifen, soll untersucht werden und wird zu diesem Zweck als Balken modelliert. Der Hebel ist in die drei Abschnitte I, II und III unterteilt und hat folgende Maße:

$L_1 = 30$ mm, $L_2 = 60$ mm, $L_3 = 40$ mm, $L_4 = 20$ mm, $F_1 = 5$ N, $F_3 = 10\sqrt{2}$ N, $\alpha = 45°$



a) Zeichnen Sie für jeden der Abschnitte I-III ein geeignetes Koordinatensystem K^{I}-K^{III} ein. Die x-Achse zeige stets in Balkenrichtung. Verwenden Sie für die Abschnitte I und II den Punkt A als Koordinatenursprung, für den Abschnitt III den Punkt D.

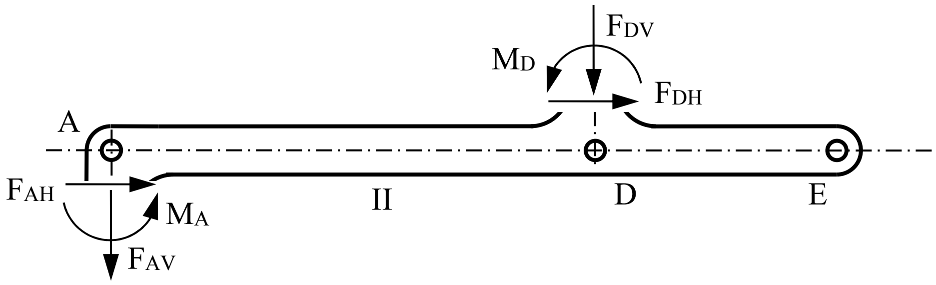
b) Berechnen Sie den Betrag der Kraft F_2, so dass der Hebel im Gleichgewicht ist.

$F_2 =$ ____________________________________

c) Schneiden Sie den Hebel frei und berechnen Sie alle Lagerreaktionen im Punkt A, dargestellt im Koordinatensystem K^{II}.

$$\mathbf{F}_{RA}^{II} = \begin{bmatrix} \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} \\ \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} \\ \text{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} \end{bmatrix}$$

d) Berechnen Sie alle in der folgenden Skizze eingezeichneten Schnittgrößen.



F_{AH} = _______________________

F_{AV} = _______________________

M_A = _______________________

F_{DH} = _______________________

F_{DV} = _______________________

M_D = _______________________

e) Stellen Sie mit Hilfe der Klammerfunktion den Normalkraft-, Querkraft- und Momentenverlauf in den Abschnitten I und II auf.

Abschnitt I:

$N^{I}\left(x^{I}\right)=$ ____

$Q^{I}\left(x^{I}\right)=$ ____

$M^{I}\left(x^{I}\right)=$ ____

____

Abschnitt II:

$N^{II}\left(x^{II}\right)=$ ____

$Q^{II}\left(x^{II}\right)=$ ____

$M^{II}\left(x^{II}\right)=$ ____

____