Institut für Technische und Numerische Mechanik
Prof. Dr.-Ing. Prof. E.h. P. Eberhard
Prof. Dr.-Ing. M. Hanss
Jun.-Prof. Dr.-Ing. J. Fehr

Übungsklausur in Technischer Mechanik I

Nachname, Vorname	
MUSTERLÖSUNG	
Matr.-Nummer	Fachrichtung

1. Die Klausur umfasst 4 Aufgaben auf 4 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den gegebenen Größen auszudrücken.
4. Die Blätter der Prüfung dürfen nicht getrennt werden.
5. Als Hilfsmittel sind ausschließlich 6 Seiten Formelsammlung (entspricht 3 Blättern DIN-A4 doppelseitig) zugelassen. Elektronische Geräte sind ausdrücklich nicht zugelassen.
6. Bearbeitungszeit: 45 Minuten.
7. Unterschreiben Sie die Klausur **erst** beim Eintragen Ihres Namens in die Sitzliste.

$\boxed{\text{Klausur bestanden ab 15 Punkten}}$

....
(Unterschrift)

Punkte	Korrektur
$\sum 30$	Fr

Hinweis: Diese Testklausur dient nur zur Übung und wird nicht bewertet. Die Musterlösung steht anschließend im Internet zur Verfügung. Die Prüfungsklausur behandelt einen größeren Stoffumfang bei einer Bearbeitungszeit von 90 Minuten.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Gegeben sind die Vektoren

$$\mathbf{A} = [\;3 \quad 1 \quad 2\;]^T, \qquad \mathbf{B} = [\;4 \quad 5 \quad 6\;]^T,$$
$$\mathbf{C} = [\;-1 \quad 1 \quad 1\;]^T, \qquad \mathbf{D} = [\;-6 \quad -2 \quad -4\;]^T.$$

a) Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke

$$\mathbf{A}-\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{A}\times\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -4 \\ -10 \\ 11 \end{bmatrix},$$

(4)

$$(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\cdot\mathbf{C} = 5, \qquad |\mathbf{A}-\mathbf{B}| = \sqrt{33}$$

b) Was gilt für die parallelen Vektoren $\mathbf{A}$ und $\mathbf{D}$?

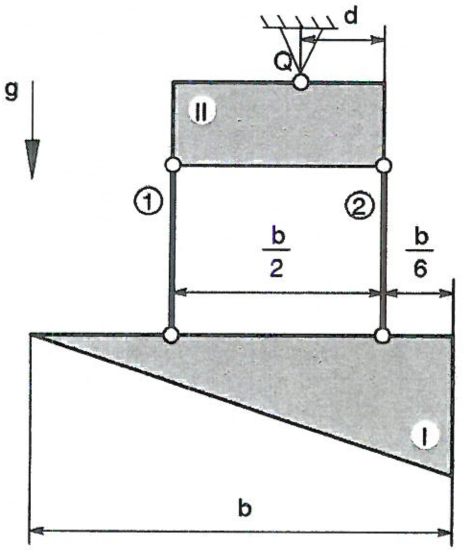
- ○ $\mathbf{A}\cdot\mathbf{D} = 0$
- ○ $\mathbf{A}\cdot\mathbf{D} = 0$
- ☒ $\mathbf{A}\times\mathbf{D} = \mathbf{0}$
- ○ $\mathbf{A}\times\mathbf{D} = 0$

(1)

5

Aufgabe 2 (13 Punkte)

Eine Hebevorrichtung besteht aus zwei ebenen Platten I und II, die über Stäbe gelenkig miteinander verbunden sind. Die Platte I hat die Masse m_1, die Platte II die Masse m_2. Die Gewichtskräfte der Stäbe können vernachlässigt werden. Das System ist im Punkt Q aufgehängt (Abstand d zunächst unbekannt) und befindet sich im Gleichgewicht.



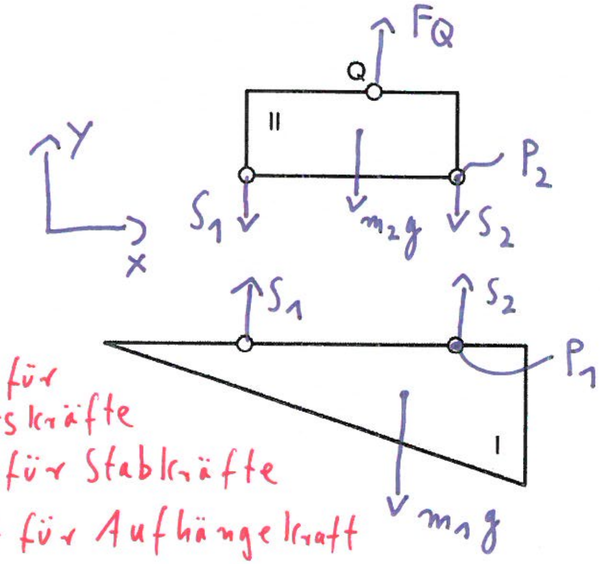
a) Welche Eigenschaft hat das System? 1

○ eben ☒ eben–parallel ○ räumlich

b) Wieviele Gleichgewichtsbedingungen müssen für jeden Körper angegeben werden? 1

2

c) Schneiden Sie die Vorrichtung frei. Legen Sie ein Koordinatensystem fest, tragen Sie alle Kräfte ein und benennen Sie diese. 3



-1 Punkt für Gewichtskräfte
-1 Punkt für Stabkräfte
-1 Punkt für Aufhängekraft

d) Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingungen für die Platten I und II auf. 4

Platte I:

$\sum F_{y_i} = 0: \quad S_1 + S_2 - m_1 g = 0$

$\sum M_{z_i}^{(P_1)} = 0: \quad m_1 g \frac{1}{6} b - S_1 \frac{1}{2} b = 0$

Platte II:

$\sum F_{y_i} = 0: \quad F_Q - S_1 - S_2 - m_2 g = 0$

$\sum M_{z_i}^{(P_2)} = 0: \quad m_2 g \frac{1}{4} b + S_1 \frac{1}{2} b - F_Q d = 0$

9

e) Wie groß ist die Aufhängekraft?

1 $F_Q = (m_1 + m_2)\, g$

f) Berechnen Sie die Kraft im Stab 1 und im Stab 2

Stab 1: $S_1 = \frac{1}{3} m_1 g$

2

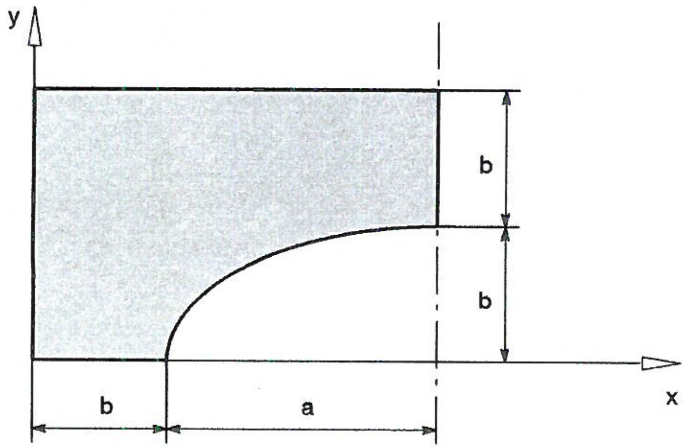
Stab 2: $S_2 = \frac{2}{3} m_1 g$

g) Wie groß ist der Abstand d?

1 $d = \frac{b}{12}\left(\frac{2m_1 + 3m_2}{m_1 + m_2}\right)$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Die schraffierte Fläche entsteht durch das Ausstanzen einer Viertelellipse aus einem Rechteck. Mit Hilfe der Guldinschen Regel sollen die Koordinate des Flächenschwerpunktes y_S ermittelt werden.



Hinweis: Der Flächeninhalt einer Ellipse mit den Halbachsen a und b berechnet sich zu $A_E = \pi a b$, für das Volumen eines Ellipsoids mit den Halbachsen a, b und c gilt $V_E = \frac{4}{3}\pi a b c$.

Es soll die Rotation um die x–Achse betrachtet werden.

a) Geben Sie die erzeugende Fläche A und das Volumen V_1 des entstehenden Rotationskörpers an.

$A = 2b(a+b) - \frac{\pi}{4} ab$ 2

$V_1 = \pi (2b)^2 (a+b) - \frac{2}{3}\pi a b^2$

b) Wie lautet die Guldinsche Regel zur Berechnung des Volumens des Rotationskörpers?

$V = 2\pi y_S A$ 1

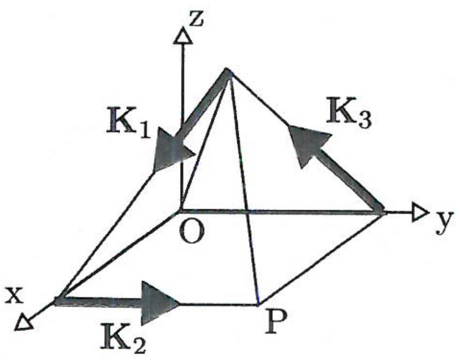
c) Berechnen Sie die y–Koordinate des Schwerpunktes.

$y_S = \frac{4}{3} b \left(\frac{6b + 5a}{8(a+b) - \pi a}\right)$ 1

8

Aufgabe 4 (8 Punkte)

In den Kanten einer gleichseitigen Pyramide (Kantenlänge a) wirken drei Kräfte mit den Beträgen $K_1 = K_3 = K$ und $K_2 = 2K$.



a) Wie hoch ist die Pyramide?

1

- ☒ $\frac{1}{\sqrt{2}}a$
- ○ a
- ○ $\sqrt{5}\,a$
- ○ 2a

b) Bestimmen Sie die Ortsvektoren zu den Angriffspunkten der Kräfte $\mathbf{K}_1$, $\mathbf{K}_2$, und $\mathbf{K}_3$

1

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} a/2 \\ a/2 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}a \end{bmatrix}, \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{r}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{bmatrix}$$

c) Wie lautet die Koordinatendarstellung der Kräfte?

1

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} K/2 \\ -K/2 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}K \end{bmatrix}, \mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2K \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_3 = \begin{bmatrix} K/2 \\ -K/2 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}K \end{bmatrix}$$

d) Geben Sie den äquivalenten Kraftwinder $(\mathbf{F}, \mathbf{M}_O)$ bezüglich des Punktes O an.

3

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} K \\ K \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_O = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}Ka \\ \frac{1}{\sqrt{2}}Ka \\ Ka \end{bmatrix}.$$

e) Wie lautet das Gesetz zur Transformation des Winders bezüglich des Punktes P?

1

$(\underline{F}, \underline{M}_O) \sim (\underline{F}, \underline{M}_P)$ mit $\underline{M}_P = \underline{r}_{PO} \times \underline{F} + \underline{M}_O$

f) Geben Sie den Winder $(\mathbf{F}, \mathbf{M}_P)$ bezüglich des Punktes P an.

1

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} K \\ K \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_P = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}Ka \\ \frac{1}{\sqrt{2}}Ka \\ Ka \end{bmatrix}.$$

ENDE

8