# Technische Mechanik I

Prof. Dr.-Ing. Prof. E.h. P. Eberhard
Prof. Dr.-Ing. M. Hanss
Prof. Dr.-Ing. J. Fehr

**Vorlesung:** Die Vorlesung wird für die Studierenden der Bachelorstudiengänge Maschinenbau, Mechatronik, Technologiemanagement, Technische Kybernetik, Fahrzeugtechnik, Mathematik, Informatik und Chemie- und Bioingenieurwesen gehalten.

**Übungen:** Die Vorlesung wird durch Vortragsübungen ergänzt, die unmittelbar auf den Vorlesungsstoff abgestimmt sind. Zusätzlich findet ein Seminarbetrieb statt. Dort lösen die Studierenden unter individueller Anleitung selbstständig Aufgaben.

**Sprechstunden:** Zur Beratung der Studierenden finden im Sprechstundenbereich, vor Zimmer 4.155 des Instituts, Dienstag und Donnerstag von 13.00 bis 14.00 Uhr Sprechstunden statt. Diese Sprechstunden werden sowohl in der Vorlesungszeit als auch, in zeitlichem Zusammenhang mit der Modulprüfung, in der vorlesungsfreien Zeit angeboten. Fragen, die in den Vorlesungen und Übungen offengeblieben sind, können dort besprochen werden. Darüber hinaus werden fachliche Auskünfte am Institut durch Herrn Niklas Fahse, M.Sc. (Raum 3.107) erteilt.

**Ort/Zeit** Vorlesungstermine und Hörsaaleinteilung sind unten aufgeführt. Die Lehrveranstaltungen werden in diesem Semester wieder in Präsenz angeboten. Der Wechsel zwischen Übung und Vorlesung wird im Semesterplan bekannt gegeben.

| **Vorlesungen und Vortragsübungen** | | |
|---|---|---|
| Montag 11.30-13.00 Uhr, V 53.01<br>Dienstag 8.00 - 9.30 Uhr, V 53.01 | mach, cbiw, ft, tema, mecha, math, info, kyb | Vorlesung: Prof. M. Hanss,<br>Übung: Niklas Fahse |

| **Seminaristische Übungen (voraussichtlich ab KW 45)** | | |
|---|---|---|
| G01 | Mittwoch 8.00-9.30 Uhr, V 38.01 | tema |
| G02 | Mittwoch 14.00-15.30 Uhr, V 38.01 | mach, ft |
| G03 | Mittwoch 14.00-15.30 Uhr, V 7.02 | mach, ft |
| G04 | Mittwoch 14.00-15.30 Uhr, V 9.01 | mecha, cbiw |
| G05 | Freitag 9:45-11:15 Uhr, V 55.02 | kyb |

# Hinweise

**Institut:** Die Räume des Instituts für Technische und Numerische Mechanik (ITM) befinden sich im Ingenieurwissenschaftlichen Zentrum (IWZ), Pfaffenwaldring 9, 4. Stock.

**www:** https://www.itm.uni-stuttgart.de

**Unterlagen:** Zur Kennzeichnung der vom Institut herausgegebenen schriftlichen Unterlagen werden folgende Kennbuchstaben − gefolgt von der laufenden Nummer − verwendet:

| | | | |
|---|---|---|---|
| M | … Merkblätter zur Vorlesung | S | … Stimmungsbarometer |
| A | … Arbeitsblätter | P | … Prüfungen |
| Ü | … Übungsaufgaben | L | … Lösungen |

**Merkblätter:** Die Merkblätter können im Internet heruntergeladen werden:
https://www.itm.uni-stuttgart.de/lehre/lehrveranstaltungen/technische_mechanik_I/

**Aufgaben**: In den Vortragsübungen werden Aufgaben aus einer Aufgabensammlung (Ü) vorgerechnet. Auch im Seminar werden Aufgaben aus dieser Aufgabensammlung sowie weitere Arbeitsblätter (A) behandelt. Die Aufgabensammlung (Ü) und Aufgabenblätter (A) sind im Internet auf den Institutsseiten erhältlich. Die Lösungen (L) zu den Aufgaben des Seminars werden zu gegebener Zeit im Anschluss hochgeladen.

**Unterlagen im Internet:** Organisatorische Hinweise sowie aktuelle Unterlagen zur TM I finden Sie auch im Internet unter https://www.itm.uni-stuttgart.de/lehre/lehrveranstaltungen/technische_mechanik_I/

**Prüfungsvorleistungen/Scheine:** Sind seit Einführung des Bachelors nicht mehr erforderlich.

**Prüfung:** Der Termin der Prüfung im Frühjahr 2023 steht noch nicht fest und ist im Laufe des Semesters beim Prüfungsamt bzw. über C@MPUS zu erfahren. Der Termin ist für viele Studierende, die im WS 2022/23 ihr Studium begonnen haben, obligatorisch (z.B. Orientierungsprüfung in Mechatronik, Technische Kybernetik).

**Prüfungsanmeldung:** Die Anmeldung erfolgt immer über das Prüfungsamt bzw. über C@MPUS.

**Hilfsmittel:** In der Prüfung sind als Hilfsmittel ausschließlich 6 Seiten Formelsammlung (entspricht 3 Blättern DIN-A4 doppelseitig) zugelassen. Elektronische Geräte sind ausdrücklich nicht zugelassen.

# Technische Mechanik 1

Stereostatik

1. Grundlagen der Vektorrechnung
2. Grundlagen der Statik
3. Gleichgewicht
4. Fachwerke
5. Reibung
6. Balkenstatik
7. Seilstatik

## TM 2

Elastostatik

1. Spannungen und Dehnungen
2. Zug und Druck
3. Torsion
4. Biegung

Kinematik

1. Punktbewegung
2. Ebene Bewegung starrer Körper
3. Räumliche Bewegung starrer Körper
4. Relativkinematik

## TM 3

Kinetik

5. Kinetische Grundlagen
6. Sätze der Punktmechanik
7. Kinetik des Punkthaufens
8. Kinetik des starren Körpers
9. Arbeitssatz und Energiesatz
10. Prinzipe der Mechanik
11. Schwingungen

## TM 4

1. Schwingungen II
2. Stoßvorgänge
3. Energiemethoden und Elastostatik
4. Näherungsverfahren

# Literatur

Gross, D.; Hauger, W.; Schröder, J.; Wall, W.: Technische Mechanik. Band 1/2/3/4. Berlin: Springer, 2011/2011/2012/2011. (Euro 19,95/19,95/19,95/29,95)

Ehlers, W.; Gross, D.; Wriggers, P.: Formeln und Aufgaben zur Technischen Mechanik. Band 1 und 2, Berlin: Springer, 2011/2011. (Euro 14,95/14,95)

Hagedorn, P.: Technische Mechanik. Band I/II/III. Frankfurt: Verlag Harri Deutsch, 2008/2006/2008. (Euro 19,80/19,80/19,80)

Hibbeler, R. C.: Technische Mechanik 1 – Statik. München: Pearson Studium, 2012. (Euro 49,95)

Hibbeler, R. C.: Technische Mechanik 2 - Festigkeitslehre. München: Pearson Studium, 2005. (Euro 49,95) (einige Fotos aus der Vorlesung werden mit Genehmigung des Verlages aus den Büchern von R. C. Hibbeler genommen)

Magnus, K.; Müller-Slany, H. H.: Grundlagen der Technischen Mechanik. 7. Auflage. Stuttgart: Teubner, 2005. (Euro 24,90)

Sayir, M. B.; Dual, J.; Kaufmann, S.: Ingenieurmechanik. Band 1/2. Wiesbaden: Teubner, 2012/20009. (Euro 20,90/29,95)

Szabo, I.: Einführung in die Technische Mechanik. 8. Auflage. Berlin: Springer, 2002. (Euro 164,95)

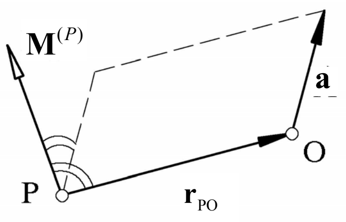
Weidemann, H.−J.; Pfeiffer, F.: Technische Mechanik in Formeln, Aufgaben und Lösungen. 3. Auflage. Stuttgart: Teubner, 2006. (Euro 29,90)

Taylor, J. R.; Klassische Mechanik – Ein Lehr- und Übungsbuch. München: Pearson Studium, 2014. (Euro 49,90)

# Systeme gebundener Vektoren

**Definition**

Ein gebundener Vektor $\mathbf{a}$ besitzt einen festen Anfangspunkt $\mathrm{O}$. Seine mathematische Beschreibung kann durch einen Vektor $\mathbf{a}$ und einen Ortsvektor $\mathbf{r}_{\mathrm{PO}}$ mit dem Anfangs- oder Bezugspunkt $\mathrm{P}$ erfolgen

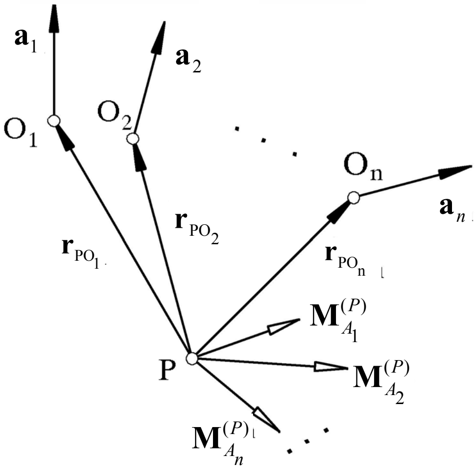



$$\{\mathbf{r}_{\mathrm{PO}}\,,\;\mathbf{a}\}\;.$$

Die Wirkung eines gebundenen Vektors wird durch das Moment

$$\mathbf{M}^{(P)} = \mathbf{r}_{PO} \times \mathbf{a}$$

definiert.




Ein System $\mathrm{A}$, das durch die gebundenen Vektoren $\mathbf{a}_i$, $\mathrm{i} = 1(1)\mathrm{n}$, mit den festen Anfangspunkten $\mathrm{O_i}$ gebildet wird, kann nicht nach den Regeln der Vektoralgebra durch Addition zusammengefasst werden, da die Parallelverschiebung der Vektoren $\mathbf{a}_i$ nicht erlaubt ist. Jedoch können die Momente mit dem gemeinsamen Bezugspunkt $\mathrm{P}$ addiert werden

$$\mathbf{M}_A^{(P)} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{M}_{A_i}^{(P)} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{r}_{\mathrm{PO}_i} \times \mathbf{a}_i \quad .$$

**Äquivalenz**

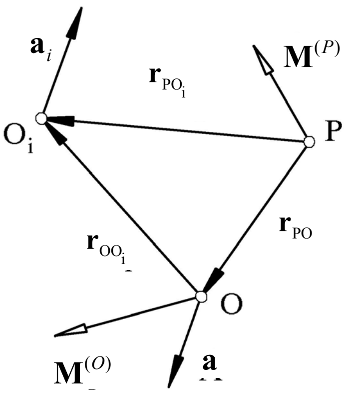
Zwei Systeme $\mathrm{A}$ und $\mathrm{B}$ von gebundenen Vektoren heißen äquivalent, wenn sie für jeden beliebigen Bezugspunkt $\mathrm{P}$ dasselbe Moment ergeben (Äquivalenzaxiom)

$$(\mathbf{a}_1,\, \mathbf{a}_2,\, \ldots,\, \mathbf{a}_n) \sim (\mathbf{b}_1,\, \mathbf{b}_2,\, \ldots,\, \mathbf{b}_m)\;,\quad \text{falls}\quad \mathbf{M}_A^{(P)} = \mathbf{M}_B^{(P)}\;,\quad \mathrm{P}\ \text{beliebig.}$$

Für die praktische Anwendung ist das Äquivalenzaxiom wenig geeignet, da die Momentengleichheit für *jeden beliebigen* Bezugspunkt erfüllt sein muss.

**Reduktion**

Jedes System gebundener Vektoren kann auf einen äquivalenten Vektorwinder reduziert werden, der sich für *einen festen* Bezugspunkt $\mathrm{O}$ berechnen lässt. Der Vektorwinder entspricht den Anforderungen der Praxis.




Das Moment

$$\mathbf{M}^{(P)} = \mathbf{r}_{\mathrm{PO}} \times \sum_{i=1}^{n} \mathbf{a}_i + \sum_{i=1}^{n} \mathbf{r}_{\mathrm{OO}_i} \times \mathbf{a}_i = \mathbf{r}_{\mathrm{PO}} \times \mathbf{a} + \mathbf{M}^{(O)}$$

für den beliebigen Punkt $\mathrm{P}$ wird durch den von Punkt $\mathrm{P}$ abhängigen Ortsvektor $\mathbf{r}_{\mathrm{PO}}$ und die von $\mathrm{P}$ unabhängigen Vektoren

$$\mathbf{a} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{a}_i\;,\quad \mathbf{M}^{(O)} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{r}_{\mathrm{OO}_i} \times \mathbf{a}_i$$

bestimmt. Damit ist der äquivalente Vektorwinder gefunden

$$(\mathbf{a}_1,\, \mathbf{a}_2,\, \ldots,\, \mathbf{a}_n) \sim (\mathbf{a},\, \mathbf{M}^{(O)}) \sim (\mathbf{a},\, \mathbf{M}^{(P)})$$

Die Elemente des Vektorwinders, der gebundene resultierende Vektor $\mathbf{a}$ und das freie resultierende Moment $\mathbf{M}^{(O)}$, werden nach den Regeln der Vektoralgebra gebildet.

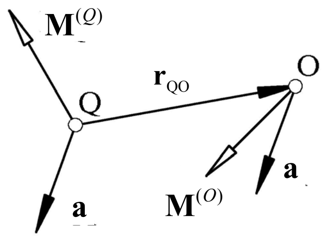
Zwei Systeme $\mathrm{A}$ und $\mathrm{B}$ von gebundenen Vektoren sind damit äquivalent, wenn ihre Winder übereinstimmen

$$(\mathbf{a}_1,\ \mathbf{a}_2,\ \ldots,\ \mathbf{a}_n) \sim (\mathbf{b}_1,\ \mathbf{b}_2,\ \ldots,\ \mathbf{b}_m)\ ,\quad \text{falls}\ \mathbf{a} = \mathbf{b}\ \text{und}\ \mathbf{M}_A^{(O)} = \mathbf{M}_B^{(O)}\ ,\quad \mathrm{O}\ \text{fest.}$$

**Transformation**

Wird der feste Bezugspunkt $\mathrm{O}$ des Vektorwinders z.B. durch eine Koordinatentransformation in den ebenfalls festen Bezugspunkt $\mathrm{Q}$ verschoben, so ändert sich nur das zweite Element des Vektorwinders entsprechend dem Transformationsgesetz

$$\mathbf{M}^{(Q)} = \mathbf{r}_{\mathrm{QO}} \times \mathbf{a} + \mathbf{M}^{(O)}\ .$$



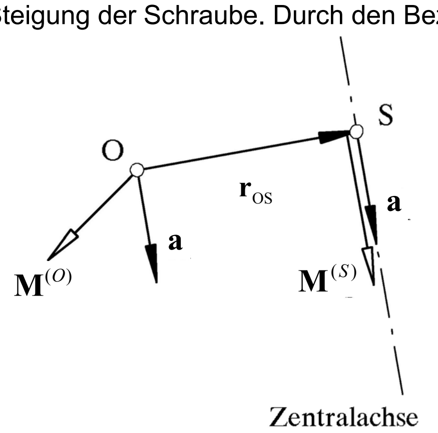

Die Vektorwinder eines Systems von gebundenen Vektoren bezüglich der Punkte $\mathrm{O}$ und $\mathrm{Q}$ sind äquivalent, wenn sich ihre Momente nach dem Transformationsgesetz ändern

$$(\mathbf{a},\ \mathbf{M}^{(O)}) \sim (\mathbf{a},\ \mathbf{M}^{(Q)})\ ,$$

$$\text{falls}\ \mathbf{M}^{(Q)} = \mathbf{r}_{\mathrm{QO}} \times \mathbf{a} + \mathbf{M}^{(O)}\ ,\qquad \mathrm{O}\,,\ \mathrm{Q}\ \text{fest.}$$

**Vektorschraube - Normalform des Vektorwinders**

Jeder Vektorwinder lässt sich durch Wechsel des Bezugspunktes von $\mathrm{O}$ nach $\mathrm{S}$ auf seine Normalform transformieren, in welcher der resultierende Vektor $\mathbf{a}$ und das resultierende Moment $\mathbf{M}^{(S)} = p\,\mathbf{a}$ dieselbe Richtung besitzen. Man bezeichnet die Normalform des Vektorwinders als Vektorschraube und $\mathrm{p}$ als die Steigung der Schraube. Durch den Bezugspunkt $\mathrm{S}$ und die Richtung von $\mathbf{a}$ wird die Zentralachse festgelegt




$$\mathbf{r}(\lambda) = \mathbf{r}_{\mathrm{OS}} + \lambda\mathbf{a}\ ,\qquad \lambda\ \text{Parameter.}$$

Im Einzelnen gelten die Beziehungen

$$p = \frac{\mathbf{a}\cdot\mathbf{M}^{(O)}}{a^2}\ ,\qquad \mathbf{r}_{OS} = \frac{\mathbf{a}\times\mathbf{M}^{(O)}}{a^2}\ ,$$

wobei $\mathbf{r}_{\mathrm{OS}}$ den kürzesten Abstand zwischen $\mathrm{O}$ und der Zentralachse beschreibt und $a$ der Betrag des Vektors $\mathbf{a}$ ist.

Die Vektorschraube besitzt keine große praktische Bedeutung.

# Schritte bei der Untersuchung von Vektorsystemen

1) Skizze des Vektorsystems $(\mathbf{a}_1,\ \mathbf{a}_2,\ \dots,\ \mathbf{a}_n)$

2) Wahl eines geeigneten Koordinatensystems $\left\{ \underbrace{\mathrm{O}}_{\text{Ursprung}}\ ,\ \underbrace{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z}_{\text{Achsenrichtungen}} \right\}$

3) Koordinatendarstellung der Ortsvektoren und Vektoren $\{\mathbf{r}_i, \mathbf{a}_i\}$, $\ i = 1(1)n$

4) Berechnung des Vektorwinders $(\mathbf{a},\ \mathbf{M})$

- Vektorsystem $(\mathbf{a}_1,\ \mathbf{a}_2,\ \dots,\ \mathbf{a}_n)$

$$\mathbf{a} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{a}_i \ , \quad \mathbf{M}^{(O)} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{r}_i \times \mathbf{a}_i$$

- System mit Vektorpaaren (freie Momente)

$$(\underbrace{\mathbf{a}_1,\ \mathbf{a}_2,\ \dots,\ \mathbf{a}_n}_{\text{Vektoren}},\ \underbrace{\mathbf{a}_{n+1}, -\mathbf{a}_{n+1}}_{\text{freies Moment}}, \dots)$$

$$\sim (\mathbf{a}_1,\ \mathbf{a}_2,\ \dots,\ \mathbf{a}_n,\ \mathbf{M}_1, \dots)$$

$$\mathbf{a} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{a}_i \ , \quad \mathbf{M}^{(O)} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{r}_i \times \mathbf{a}_i + \sum_{j=1}^{l} \mathbf{M}_j$$

# Lösung von Gleichgewichtsaufgaben

**Vorgehen**

1) Skizze des Systems
2) Erstarrungsprinzip (mechanisches System $\Rightarrow$ starre Körper), bekannte (eingeprägte) Kräfte eintragen
3) Schnittprinzip, unbekannte Kräfte (Reaktionskräfte) eintragen
4) Wahl eines günstigen Koordinatensystems
5) Auswertung der Gleichgewichtsbedingungen

Die Gleichgewichtsbedingungen sind in Koordinaten bezüglich des Ursprungs $\mathrm{O}$ angeschrieben. Dabei bezeichnen $\boldsymbol{F}_\mathrm{i} = [F_{x_i}\ F_{y_i}\ F_{z_i}\ ]^\mathrm{T}$ die Kräfte mit den Angriffspunkten $\mathrm{Q_i}$ und den entsprechenden Ortsvektoren $\boldsymbol{r}_{\mathrm{OQ}_i} = \boldsymbol{r}_\mathrm{i} = [x_i\ y_i\ z_i\ ]^\mathrm{T}$.

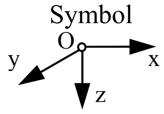
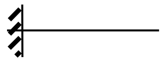
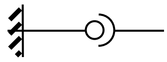
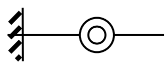
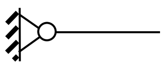
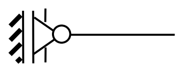
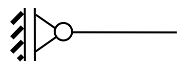
Für ebene parallele Kräftesysteme kann die Summe aller Kräfte durch eine zweite Summe aller Momente bezüglich eines zusätzlichen Bezugspunktes $\mathrm{P}$ ersetzt werden.

| Kräftesystem \ Modell | Punkt | Körper |
|---|---|---|
| räumlich | $\sum F_{x_i} = 0$<br>$\sum F_{y_i} = 0$<br>$\sum F_{z_i} = 0$ | $\sum F_{x_i} = 0\ ,\ \sum(y_i F_{z_i} - z_i F_{y_i}) = 0$<br>$\sum F_{y_i} = 0\ ,\ \sum(z_i F_{x_i} - x_i F_{z_i}) = 0$<br>$\sum F_{z_i} = 0\ ,\ \sum(x_i F_{y_i} - y_i F_{x_i}) = 0$ |
| eben<br>$F_{z_i} = 0\ ,\ z_i = 0$ | $\sum F_{x_i} = 0$<br>$\sum F_{y_i} = 0$ | $\sum F_{x_i} = 0\ ,$<br>$\sum(x_i F_{y_i} - y_i F_{x_i}) = 0$<br>$\sum F_{y_i} = 0\ ,$ |
| eben, parallel<br>$F_{y_i} = 0\ ,\ z_i = 0$<br>$F_{z_i} = 0\ ,$ | $\sum F_{x_i} = 0$ | $\sum F_{x_i} = 0\ ,\ \sum y_i F_{x_i} = 0$<br>oder<br>$\sum y_i F_{x_i} = 0\ ,\ \sum y_{\mathrm{PQ}_i} F_{x_i} = 0$ |

# Lagerung von Körpern

Lagerungen verbinden technische Konstruktionen (Punkte, Körper) untereinander und mit ihrer Umgebung. Sie beschränken (binden geometrisch) die Bewegungsmöglichkeit und rufen Lagerreaktionen hervor. Die Lagerungen übertragen Kräfte und Momente. Es werden ideale Lagerungen vorausgesetzt, d.h. die Lagerungen sollen reibungsfrei und starr sein.

Die Art der Lagerung eines mechanischen Systems wird bestimmt durch die Summe $p$ aller **Gleichgewichtsbedingungen**, die Summe $q$ aller **Lagerwertigkeiten** und die Zahl $r$ der **unabhängigen Lagerwertigkeiten**. Die Zahl der Gleichgewichtsbedingungen je Körper des betrachteten mechanischen Systems folgt aus der Tabelle auf dem Merkblatt M 3. Die Wertigkeit eines einzelnen Lagers des mechanischen Systems ist durch die maximal mögliche Anzahl der Lagerreaktionen bestimmt, siehe untenstehende Tabelle. Die ebenen (parallelen) Systeme sind dabei durch ebene (parallele) Kräftesysteme und Bewegungen gekennzeichnet.

| Lagertyp | Symbol  | Wertigkeit (Lagerreaktionen) räumlich | eben $F_{y_i}=0$, $y_i=0$ | | eben, parallel $F_{x_i}=0$, $F_{y_i}=0$, $y_i=0$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| feste Einspannung |  | 6 $(F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z)$ | 3 $(F_x, F_z, M_y)$ | | 2 $(F_z, M_y)$ | |
| Scharniergelenk |  | 5 $(F_x, F_y, F_z, M_x, M_z)$ | 2 $(F_x, F_z)$ | festes Gelenk | 1 $(F_z)$ | Gelenk |
| Kardangelenk |  | 4 $(F_x, F_y, F_z, M_x)$ | 2 $(F_x, F_z)$ | festes Gelenk | 1 $(F_z)$ | Gelenk |
| Kugelgelenk |  | 3 $(F_x, F_y, F_z)$ | 2 $(F_x, F_z)$ | festes Gelenk | 1 $(F_z)$ | Gelenk |
| Kugelgelenk Parallelführung |  | 2 $(F_x, F_z)$ | 2 $(F_x, F_z)$ | festes Gelenk | 1 $(F_z)$ | Gelenk |
| Kugelgelenk Vertikalführung |  | 1 $(F_x)$ | 1 $(F_x)$ | | 0 | |

Die Wertigkeit bleibt unverändert, wenn sich das Lager nicht gegen die Umgebung, sondern gegen andere Körper des Systems abstützt. Mehrfache Lager sind auf einfache Lager zurückzuführen. Die Zahl $r$ der unabhängigen Lagerwertigkeiten entspricht der Zahl der linearen unabhängigen Gleichungen zwischen den Lagerreaktionen.

**Statisch unbestimmte Lagerung:** Ein mechanisches System heißt n−fach statisch unbestimmt, wenn es $n$ überzählige Lagerreaktionen hat: $n = q - r > 0$.

**Statisch bestimmte Lagerung:** Ein mechanisches System heißt statisch bestimmt, wenn es keine überzähligen Lagerreaktionen hat: $n = 0$.

**Kinematisch unbestimmte Lagerung:** Ein mechanisches System heißt f−fach kinematisch unbestimmt, wenn es $f$ Freiheitsgrade hat: $f = p - r > 0$.

**Kinematisch bestimmte Lagerung:** Ein mechanisches System heißt kinematisch bestimmt, wenn es keinen Freiheitsgrad hat: $f = 0$.

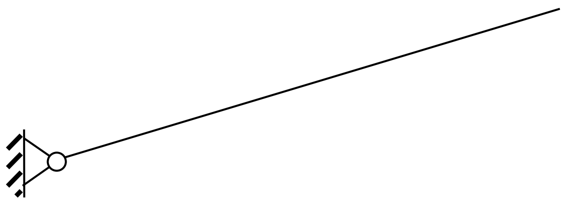
**Bestimmte Lagerung:** Ein mechanisches System heißt (kinematisch und statisch) bestimmt, wenn es weder überzählige Lagerreaktionen noch einen Freiheitsgrad hat: $n = 0$ und $f = 0$. Die Lagerreaktionen bestimmter mechanischer Systeme lassen sich eindeutig und vollständig aus den Gleichgewichtsbedingungen berechnen.

| Art des mechanischen Systems | Hilfsmittel zur Berechnung |
|---|---|
| $n = 0$, $f = 0$ | Stereostatik |
| $n = 0$, $f > 0$ | Stereostatik + Erstarrungsprinzip |
| $n = 0$, $f > 0$ | Stereokinetik |
| $n > 0$, $f = 0$ | Elastostatik |
| $n > 0$, $f > 0$ | Elastokinetik |

**Hinweis:** Für kinematisch bestimmt gelagerte Systeme, d.h. für Systeme ohne Bewegungsmöglichkeit, gilt wegen $f = 0$ die vereinfachte Beziehung für die Zahl der überzähligen Lagereaktionen: $n = q - p$.

# Beispiele für die Lagerung von Stäben in der Ebene

## Kinematisch unbestimmte Lagerung



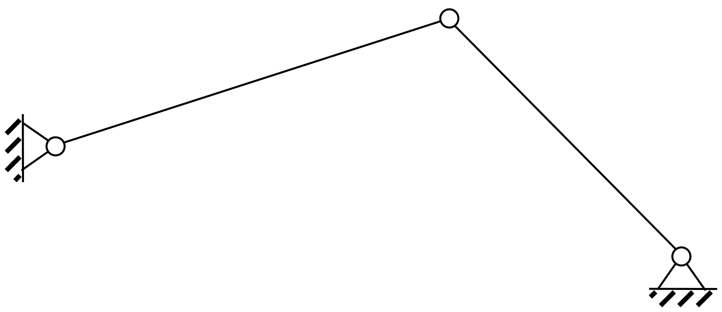
1 Gelenk

1 Stab

f =

n =

## Bestimmte Lagerung (kinematisch und statisch)



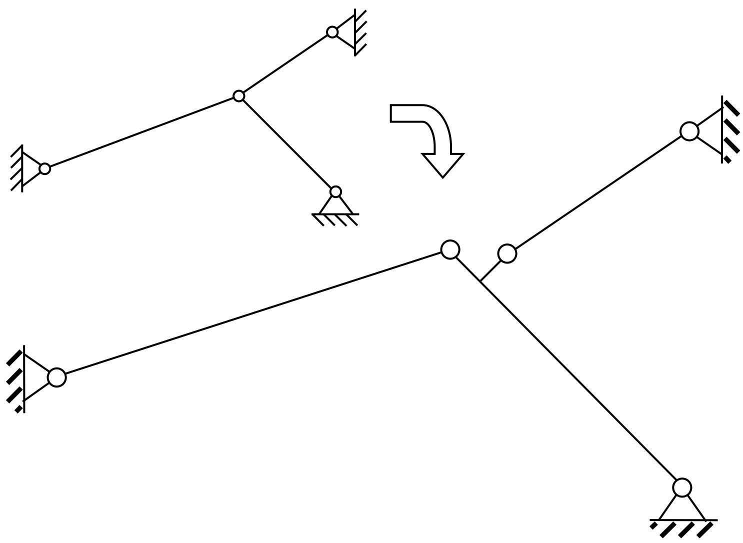
3 Gelenke

2 Stäbe

f =

n =

## Statisch unbestimmte Lagerung



5 Gelenke

3 Stäbe

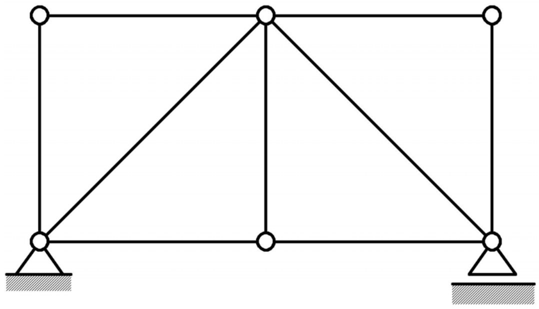
f =

n =

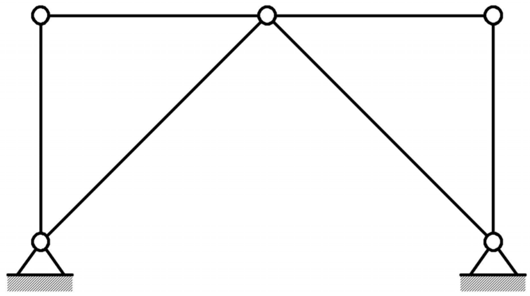
# Lagerung von Fachwerken

Fachwerke sind besondere technische Konstruktionen (Gerüstbauten, Gittermasten, Kranträger, usw.), deren Körper zu Stäben und deren Lagerungen zu Kugelgelenken (Knoten) entartet sind.

Man unterscheidet einfache und nichteinfache Fachwerke.



einfaches Fachwerk



nichteinfaches Fachwerk

Ein **einfaches** räumliches (ebenes) Fachwerk erhält man ausgehend von einem geeigneten Grunddreieck (Stab), wenn jeder zusätzliche Knoten durch drei (zwei) Stäbe mit dem vorhandenen Teil des Fachwerks so verbunden wird, daß die zusätzlichen Stäbe nicht in einer Ebene (auf einer Geraden) liegen. Ein einfaches Fachwerk wird auch **abbrechbar** genannt.

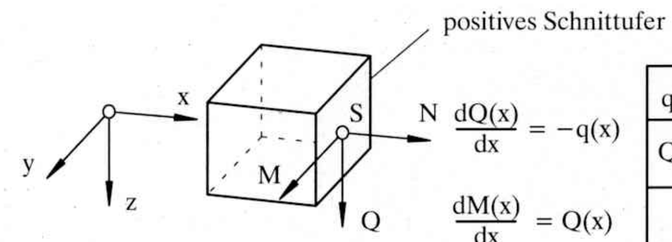
Für jedes einfache Fachwerk ist die Zahl $s$ der Stäbe mit der Zahl $k$ der Knoten wie folgt verknüpft:

$$s = 3k - 6 \qquad ( s = 2k - 3 ) .$$

Ein einfaches räumliches (ebenes) Fachwerk ist dann und nur dann kinematisch und statisch bestimmt, wenn es als Ganzes bestimmt gelagert ist.

Ein **nichteinfaches** Fachwerk kann auch kinematisch und statisch bestimmt sein, wenn es als Ganzes statisch unbestimmt gelagert ist. Für nichteinfache Fachwerke gelten die allgemeinen Kriterien für die Lagerung von Körpern (Merkblatt 5).

# Typische Belastungsfälle am Balken und ihre Auswirkungen auf die innere Belastung




$$\frac{dQ(x)}{dx} = -q(x)$$

$$\frac{dM(x)}{dx} = Q(x)$$

Bemerkung: Einzelkräfte und −momente können auch als Reaktionen von der Lagerung herrühren.

| q(x) | < 0 | | | = 0 | | | > 0 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Q(x) | steigend | | | konstant | | | fallend | | |
| | <0 | = 0 | >0 | <0 | = 0 | >0 | <0 | = 0 | >0 |
| M(x) | fallend | waagerechte Tangente | steigend | fallend | konstant | steigend | fallend | waagerechte Tangente | steigend |
| | Linkskurve | | | Gerade | | | Rechtskurve | | |