Schursche Normalform

Jede Matrix $\boldsymbol{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ lässt sich mit einer unitären Transformation $\boldsymbol{T}^* \cdot \boldsymbol{T} = \boldsymbol{E}, \quad \boldsymbol{T} \in \mathbb{C}^{n\times n}$ auf Schursche Normalform (Rechtsdreiecksform) transformieren:

$$\boldsymbol{T}^* \cdot \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{T} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}, \quad \boldsymbol{R} \in \mathbb{C}^{n\times n}$$

Speziell:

- Für symmetrische reelle Matrizen führt die Schursche Normalform auf Diagonalform mit reellen Eigenwerten

- Hat eine Matrix nur reelle Eigenwerte, dann gibt es eine Kongruenztransformation $\boldsymbol{Q} \in \mathbb{R}^{n\times n}, \quad \boldsymbol{Q}^T \cdot \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{E}$, so dass $\boldsymbol{Q}^T \cdot \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{Q} = \boldsymbol{R} \quad \boldsymbol{R} \in \mathbb{R}^{n\times n}$.