



Matrizenalgebra

Matrix $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$: $A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$, $a_{ij} \in \mathbb{R}$,

Vektor $x \in \mathbb{R}^n$: $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$, $x_i \in \mathbb{R}$.

Elementare Operationen

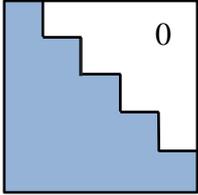
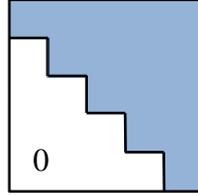
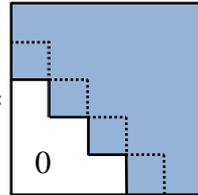
Operation	Schreibweise	Koordinaten	Abbildung
Addition	$C = A + B$	$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$	$\mathbb{R}^{m \times n} \times \mathbb{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n}$
Multiplikation mit Skalar	$C = \alpha A$	$c_{ij} = \alpha a_{ij}$	$\mathbb{R} \times \mathbb{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n}$
Transponieren	$C = A^T$	$c_{ij} = a_{ji}$	$\mathbb{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$
Differentiation	$C = \frac{d}{dt} A$	$c = \frac{d}{dt} a_{ij}$	$\mathbb{R}^{m \times n} \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n}$
Matrizenmultiplikation	$y = A \cdot x$ $C = A \cdot B$	$y_i = \sum_k a_{ik} x_k$ $c_{ij} = \sum_k a_{ik} b_{kj}$	$\mathbb{R}^{m \times n} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ $\mathbb{R}^{m \times n} \times \mathbb{R}^{n \times p} \rightarrow \mathbb{R}^{m \times p}$
Inneres Produkt (Skalarprodukt)	$\alpha = x \cdot y$	$\alpha = \sum_k x_k y_k$	$\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$
Äußeres Produkt (Dyadisches Produkt)	$A = xy$	$a_{ij} = x_i y_j$	$\mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{m \times n}$



Rechenregeln

Addition:	$A + (B + C) = (A + B) + C$ $A + B = B + A$
Multiplikation mit Skalar:	$\alpha(A \cdot B) = (\alpha A) \cdot B = A \cdot (\alpha B)$ $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$ $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$
Transposition:	$(A^T)^T = A$ $(A + B)^T = A^T + B^T$ $(\alpha A)^T = \alpha A^T$ $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$
Differentiation:	$\frac{d}{dt}(A + B) = \frac{d}{dt}A + \frac{d}{dt}B$ $\frac{d}{dt}(A \cdot B) = \left(\frac{d}{dt}A\right) \cdot B + A \cdot \left(\frac{d}{dt}B\right)$
Matrizenmultiplikation:	$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$ $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$ $A \cdot B \neq B \cdot A$ im Allgemeinen
Skalarprodukt:	$x \cdot y = y \cdot x$ $x \cdot x \geq 0 \quad \forall x, \quad x \cdot x = 0 \Leftrightarrow x = \mathbf{0}$ $x \cdot y = 0 \Leftrightarrow x, y$ orthogonal

Spezielle quadratische Matrizen

Linksdreiecksmatrix, untere Dreiecksmatrix (lower triangular L)	$L =$ 
Rechtsdreiecksmatrix, obere Dreiecksmatrix (upper triangular R)	$R =$ 
(obere) Hessenberg-Matrix	$H =$ 
Einheitsmatrix	$E = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}$

