



## Einschrittverfahren 2. Ordnung

Die Integrationsvorschrift eines Einschrittverfahrens lautet

$$\eta_{i+1} = \eta_i + \text{-----}, \quad (1)$$

wobei sich die Verfahrensfunktion  $\phi(t_i, \eta_i, h)$  durch Vergleich mit der Taylor-Reihe

$$\bar{x}(t_i + h) = \eta_i + h \left[ f + \frac{h}{2} (f_t + f_x f) + \dots \right]_{t_i, \eta_i} \quad (2)$$

ergibt.

Als Ansatz für ein explizites Runge-Kutta-Verfahren 2. Ordnung wählt man

$$\phi(t, x, h) = b_1 f^{(1)} + b_2 f^{(2)}, \quad (3)$$

mit

$$f^{(1)} = f(t, x),$$

$$f^{(2)} = f(t + c_2 h, x + a_{21} h f^{(1)}).$$

Durch Entwicklung der Hilfssteigungen  $f^{(1)}$  und  $f^{(2)}$  in Taylor-Reihen nach  $h$  findet man bei Abbruch nach dem linearen Glied

$$f^{(1)} = \text{-----},$$

$$f^{(2)} = \text{-----} + \dots$$

Eingesetzt in den Ansatz (3) ergibt sich

$$\phi(t, x, h) = \text{-----} f + \text{-----} h f_t + \text{-----} h f_x f$$

und durch Vergleich mit der Taylor-Reihe (2) das Gleichungssystem

-----	= 1
-----	= $\frac{1}{2}$
-----	= $\frac{1}{2}$



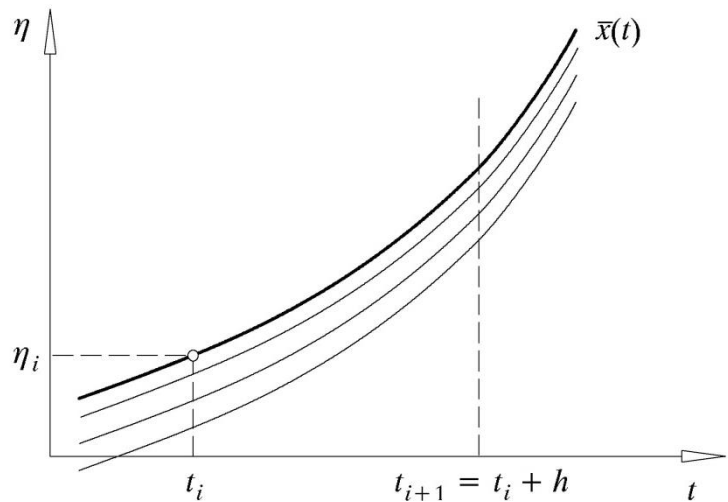
Mögliche Lösungen sind (dargestellt im BUTCHER-Block):

**Verfahren von HEUN (1900):**

0	0	0
1	1	0
	1/2	1/2

→  $\phi(t, x, h) =$  \_\_\_\_\_ .

Konstruieren Sie einen  
Integrationsschritt:



**Verfahren von COLLATZ (1960):**

0	0	0
1/2	1/2	0
	0	1

→  $\phi(t, x, h) =$  \_\_\_\_\_ .

Konstruieren Sie einen  
Integrationsschritt:

