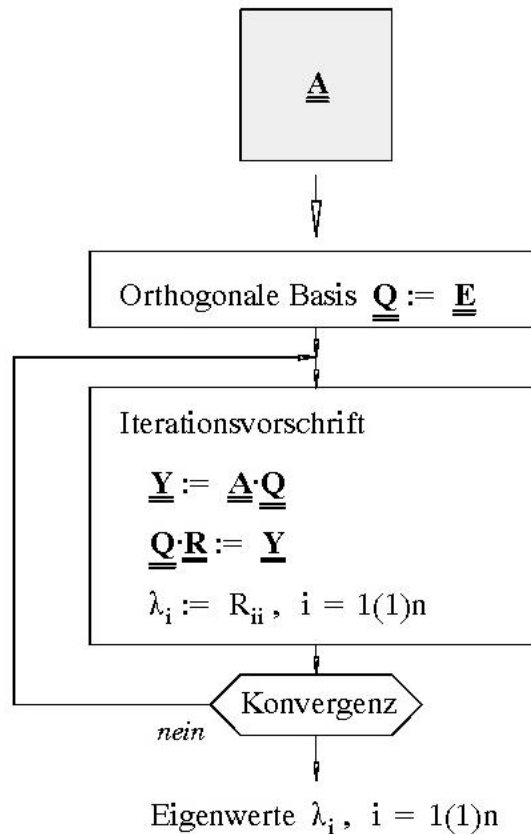




## Orthogonale Iteration

Voraussetzung:  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  hat reelle Eigenwerte  $\lambda_i \in \mathbb{R}$  mit  $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_n|$



**Beispiel:**

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 9 & -8 & 9 \\ 11 & -11 & 12 \end{bmatrix} \rightarrow \lambda_1 = 5, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 1$$

Die Iteration liefert folgende Ergebnisse für  $Q$  und  $R$ :

$$R^{(1)} = \begin{bmatrix} -14.77 & 13.34 & -14.70 \\ 0 & 2.82 & -3.15 \\ 0 & 0 & -2.4 \end{bmatrix} \quad Q^{(1)} = \begin{bmatrix} -0.271 & .926 & .264 \\ -0.610 & .047 & -0.791 \\ -0.745 & -0.375 & -0.552 \end{bmatrix}$$
$$R^{(2)} = \begin{bmatrix} 6.84 & -7.34 & -22.82 \\ 0 & 2.02 & -1.81 \\ 0 & 0 & -0.72 \end{bmatrix} \quad Q^{(2)} = \begin{bmatrix} -0.178 & .974 & .134 \\ -0.623 & -0.667 & -0.782 \\ -0.762 & -0.222 & .609 \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}^{(3)} &= \begin{bmatrix} 5.55 & -11.05 & -21.68 \\ 0 & 2.02 & -1.48 \\ 0 & 0 & -0.89 \end{bmatrix} & \mathbf{Q}^{(3)} &= \begin{bmatrix} -0.153 & .986 & .066 \\ -0.626 & -0.045 & -0.779 \\ -0.765 & -0.161 & .623 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{R}^{(4)} &= \begin{bmatrix} 5.20 & -12.63 & -20.89 \\ 0 & 2.02 & -1.40 \\ 0 & 0 & -0.95 \end{bmatrix} & \mathbf{Q}^{(4)} &= \begin{bmatrix} -0.145 & .989 & .033 \\ -0.627 & -0.066 & -0.777 \\ -0.766 & -0.133 & .629 \end{bmatrix} \\
 & & & \vdots
 \end{aligned}$$

Zusammenfassend erhält man für die Eigenwerte:

$s$	$\lambda_1^{(s)}$	$\lambda_2^{(s)}$	$\lambda_3^{(s)}$	$\frac{ \lambda_1 - \lambda_1^{(s)} }{ \lambda_1 - \lambda_1^{(s-1)} }$	$\frac{ \lambda_2 - \lambda_2^{(s)} }{ \lambda_2 - \lambda_2^{(s-1)} }$	$\frac{ \lambda_3 - \lambda_3^{(s)} }{ \lambda_3 - \lambda_3^{(s-1)} }$
1	-----	-----	-----			
2	-----	-----	-----			
3	-----	-----	-----			
4	-----	-----	-----			
5	5.0764003	2.0168666	.9767130			
6	5.0301150	2.0110895	.9885319	.394	.657	.492
7	5.0119762	2.0066557	.9943016	.398	.600	.497
8	5.0047794	2.0037843	.9971582	.399	.569	.499
9	5.0019100	2.0020779	.9985807	.400	.549	.499
10	5.0007637	2.0011140	.9992907	.400	.536	.500
11	5.0003054	2.0005872	.9996454	.400	.527	.500
12	5.0001222	2.0003057	.9998227	.400	.521	.500
13	5.0000489	2.0001577	.9999114	.400	.516	.500
14	5.0000195	2.0000808	.9999557	.400	.512	.500
15	5.0000078	2.0000412	.9999778	.400	.510	.500
16	5.0000031	2.0000209	.9999889	.400	.508	.500
17	5.0000013	2.0000106	.9999945	.400	.506	.500
18	5.0000005	2.0000053	.9999972	.400	.505	.500
19	5.0000002	2.0000027	.9999986	.400	.504	.500
20	5.0000001	2.0000014	.9999993	.400	.503	.500