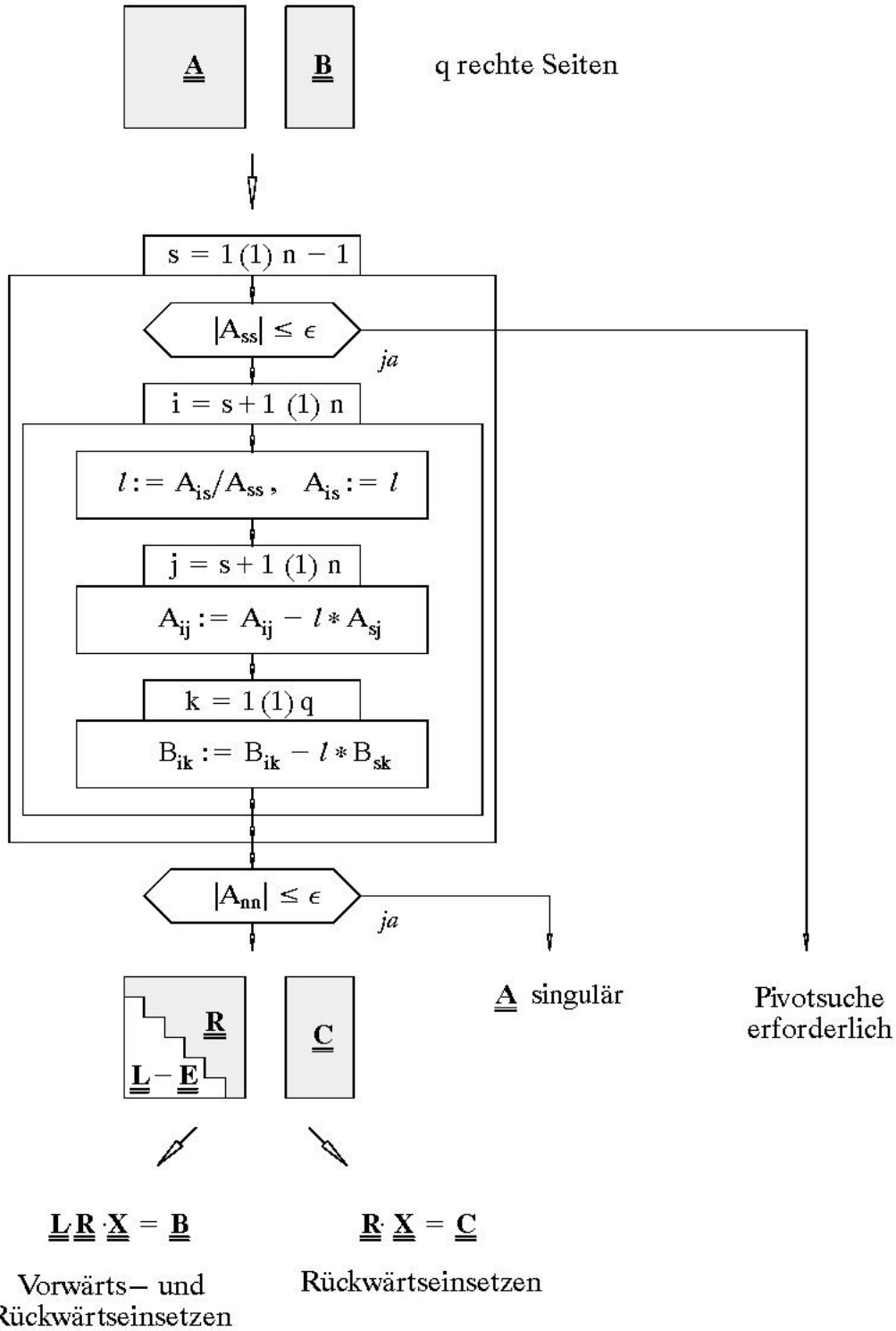




Gauß–Elimination ohne Pivotsuche mit gleichzeitiger LR–Zerlegung

$$A \cdot X = B, \quad A \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

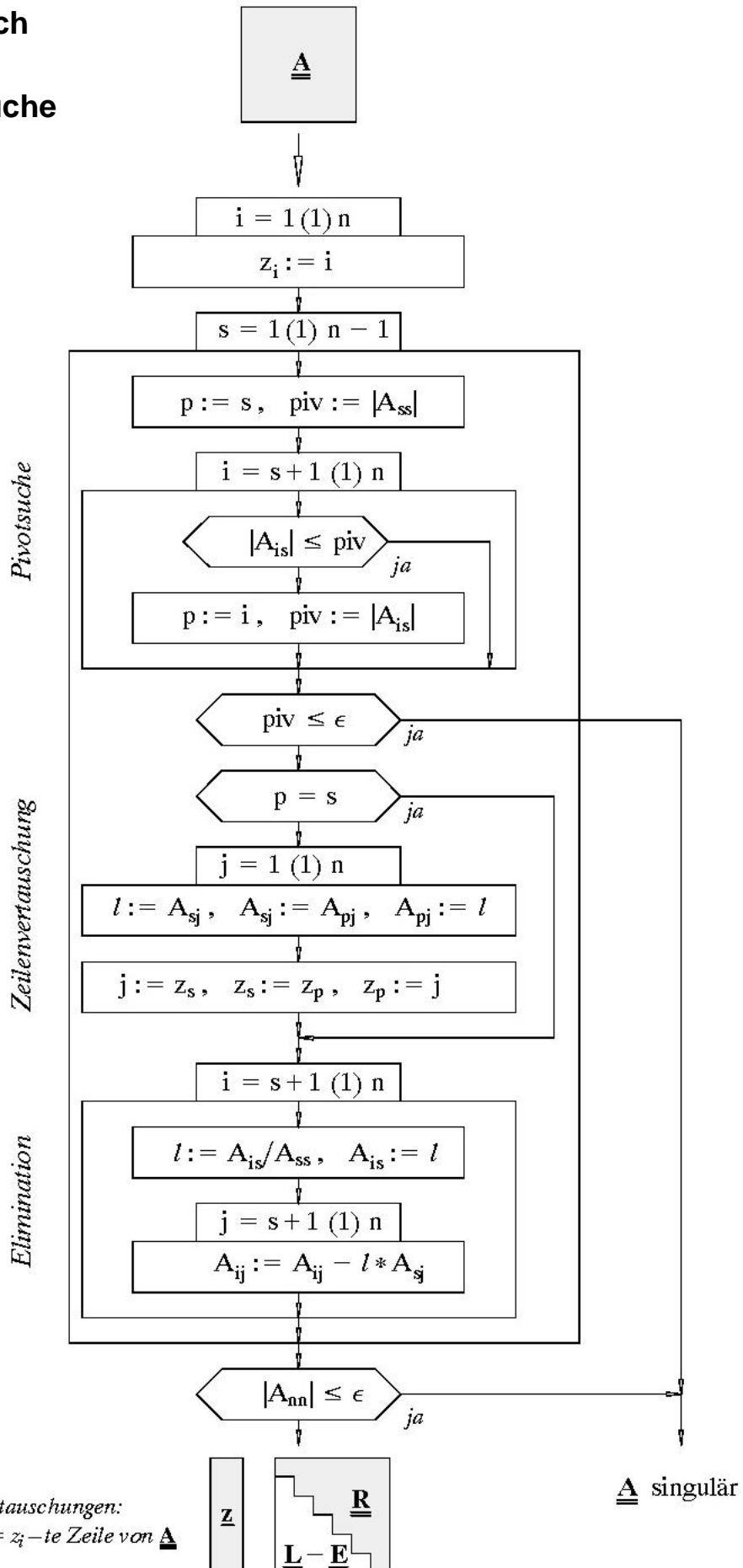
$$X, B \in \mathbb{R}^{n \times q}$$





LR-Zerlegung durch Gauß-Elimination mit Spaltenpivotsuche

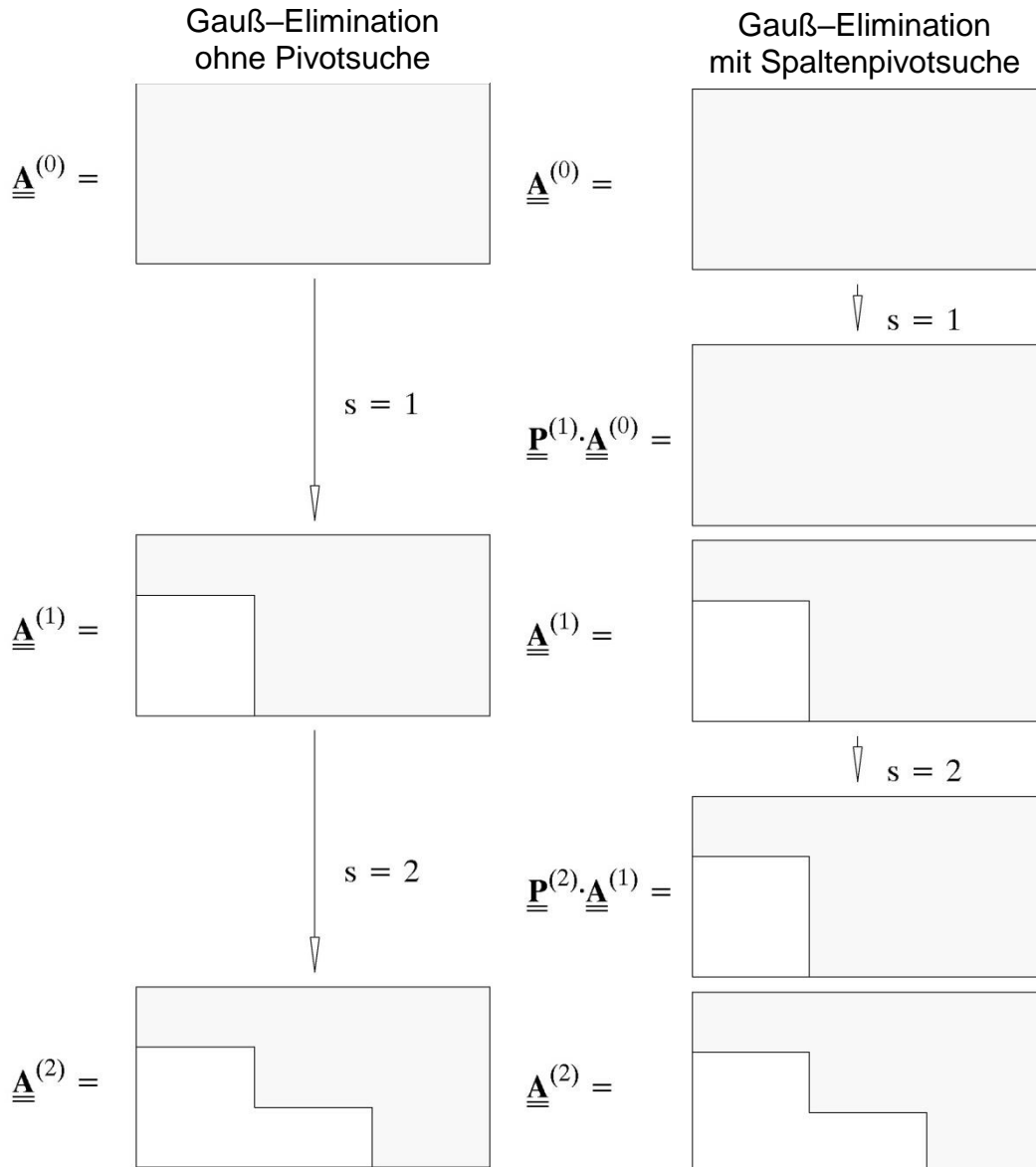
$P \cdot A = L \cdot R$,
 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$
 $L_{ii} = 1$,
 P : Permutationsmatrix





Beispiel: Führen Sie für die folgende Matrix eine LR-Zerlegung durch. Verwenden Sie dazu die Gauß-Elimination ohne und mit Spaltenpivotsuche.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \\ 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$





Überprüfen Sie Ihr Ergebnis der

LR-Zerlegung ohne Pivotsuche:

$$L \cdot R = \begin{bmatrix} & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \end{bmatrix}$$

LR-Zerlegung mit Spaltenpivotsuche:

$$L \cdot R = \begin{bmatrix} & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \end{bmatrix}$$

$$P^{(1)} \cdot A = \begin{bmatrix} & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \end{bmatrix} \rightarrow P \cdot A = P^{(2)} \cdot P^{(1)} \cdot A = \begin{bmatrix} & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \\ - & - & - & - \\ & & & \end{bmatrix}$$



Lösen Sie das Gleichungssystem $A \cdot x = b$ für $b = [3, -4, 5]$ auf der Basis der

LR-Zerlegung ohne Pivotsuche:

$$L \cdot y = b: \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \rightarrow y = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$R \cdot x = y: \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \rightarrow x = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

LR-Zerlegung mit Spaltenpivotsuche:

$$L \cdot y = P \cdot b: \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \rightarrow y = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$R \cdot x = y: \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \rightarrow x = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$