Zustandsgleichungen von Mehrkörpersystemen

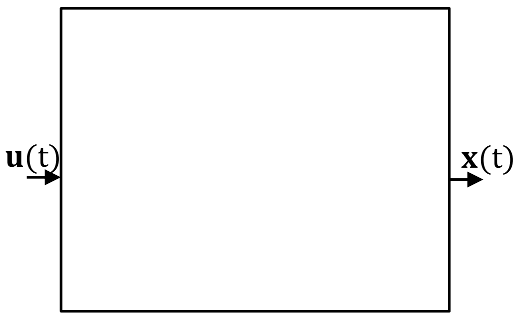
Aufgabe 1

Wie lauten die Zustandsraumdarstellungen und die zugehörigen Blockschaltbilder von idealisierten zwangserregten Schwingungssystemen, die durch …

a) nichtlineare Bewegungsgleichungen beschrieben werden?

$$\mathbf{M}(t)\cdot\ddot{\mathbf{y}}(t)+\mathbf{k}(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}},\mathbf{u},t)=\mathbf{q}(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}},\mathbf{u},t)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\mathbf{y}}\\ \\ \ddot{\mathbf{y}}\end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)}=\underbrace{\begin{bmatrix}\qquad\qquad\qquad\qquad\\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\mathbf{function}(\mathbf{x},\mathbf{u},t)}$$

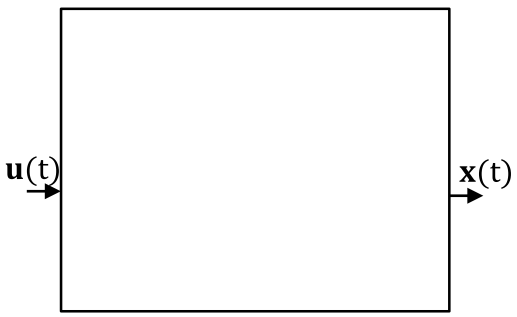


Blockschaltbild von a)

b) lineare Bewegungsgleichungen beschrieben werden?

$$\mathbf{M}(t)\cdot\ddot{\boldsymbol{\eta}}(t)+\mathbf{P}(t)\cdot\dot{\boldsymbol{\eta}}(t)+\mathbf{Q}(t)\;\cdot\boldsymbol{\eta}(t)=\mathbf{h}(\mathbf{u},t)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{\eta}}\\ \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}}\end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)}=\underbrace{\begin{bmatrix}\qquad\qquad\qquad\\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}(t)}\cdot\underbrace{\begin{bmatrix}\quad\\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)}+\underbrace{\begin{bmatrix}\qquad\\ \\ \\ \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\quad\\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\underbrace{\mathbf{b}(\mathbf{u},t)}_{\mathbf{B}(t)\cdot\mathbf{u}(t)}}$$

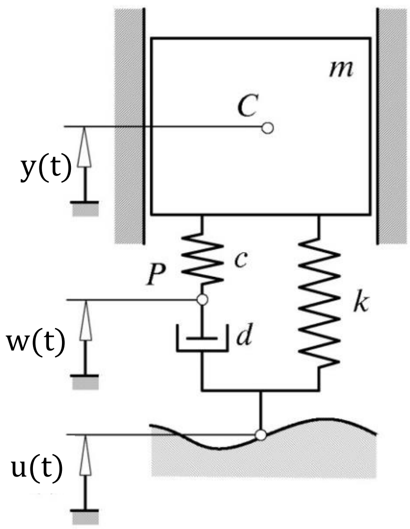


Blockschaltbild von b)

Hinweis: Da es sich um ein lineares System handelt, kann $\mathbf{b}(\mathbf{u},t)$ auch durch die Eingangsmatrix $\mathbf{B}(t)$ und den Vektor der Eingänge $\mathbf{u}(t)$ dargestellt werden.

Aufgabe 2

Um hohe Kräfte bei stoßartigen Störungen (z.B. bei einem Fahrwerk) zu verhindern, können Federn & Dämpfer in Reihe und zusätzlich parallel geschaltet werden. Das resultierende Koppelelement hat eine Eigendynamik (PID-Kraft). Die Koordinaten y und w bezeichnen jeweils Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage für den Eingang $u=0$.



a) Schneiden Sie das System frei.

b) Wie lautet die Newtonsche Gleichung für den starren Körper mit der Masse m?

$m\,\ddot{y} =$ _

_ _

c) Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingung für den masselosen Knotenpunkt P auf.

_ _

d) Wie lautet der Zustandsvektor des Schwingers?

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \end{bmatrix}$$

e) Welche Form haben die Zustandsgleichungen?

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}(t)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}(t)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)}$$

Die Einführung von $\dot{u}$ in die Zustandsgleichung ist beim Auftreten von Unstetigkeiten wie Sprüngen in $u(t)$ für die numerische Simulation ungünstig. Durch eine andere Wahl der Zustandsgrößen lässt sich dies vermeiden:

$\hat{\mathbf{x}} = [y \quad \dot{y} \quad \hat{w}]$ mit $\hat{w} = w - u$

f) Welche Form haben nun die Zustandsgleichungen?

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{A}}(t)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{x}}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \quad\quad\quad\quad\quad\quad \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{B}}(t)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{u}}(t)}$$