

Zustandsgleichungen von Mehrkörpersystemen

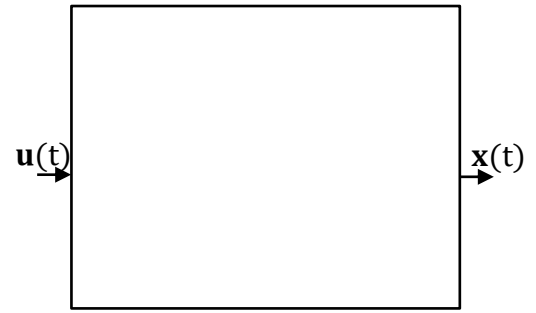
Aufgabe 1

Wie lauten die Zustandsraumdarstellungen und die zugehörigen Blockschaltbilder von idealisierten zwangserregten Schwingungssystemen, die durch ...

a) nichtlineare Bewegungsgleichungen beschrieben werden?

$$\mathbf{M}(t) \cdot \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \mathbf{u}, t) = \mathbf{q}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \mathbf{u}, t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{y}} \\ \ddot{\mathbf{y}} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \phantom{\dot{\mathbf{y}}} \\ \phantom{\ddot{\mathbf{y}}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{function}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \end{bmatrix}$$



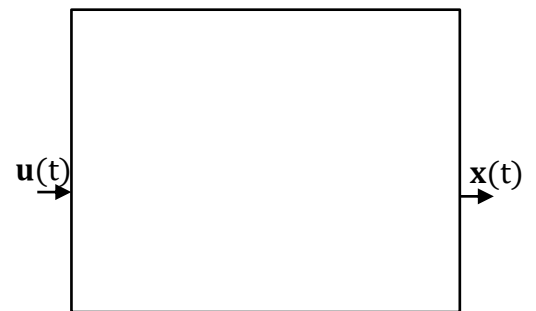
Blockschaltbild von a)

b) lineare Bewegungsgleichungen beschrieben werden?

$$\mathbf{M}(t) \cdot \ddot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{P}(t) \cdot \dot{\boldsymbol{\eta}}(t) + \mathbf{Q}(t) \cdot \boldsymbol{\eta}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{u}, t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}} \\ \ddot{\boldsymbol{\eta}} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \phantom{\dot{\boldsymbol{\eta}}} \\ \phantom{\ddot{\boldsymbol{\eta}}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}(t)} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \phantom{\dot{\boldsymbol{\eta}}} \\ \phantom{\ddot{\boldsymbol{\eta}}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}(\mathbf{u}, t)} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{u}(t) \end{bmatrix}$$

$\mathbf{B}(t) \cdot \mathbf{u}(t)$



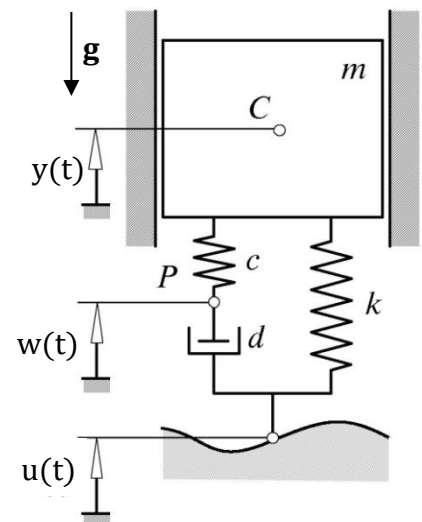
Blockschaltbild von b)

Hinweis: Da es sich um ein lineares System handelt, kann $\mathbf{b}(\mathbf{u}, t)$ auch durch die Eingangsmatrix $\mathbf{B}(t)$ und den Vektor der Eingänge $\mathbf{u}(t)$ dargestellt werden.

Aufgabe 2

Um hohe Kräfte bei stoßartigen Störungen (z.B. bei einem Fahrwerk) zu verhindern, können Federn & Dämpfer in Reihe und zusätzlich parallel geschaltet werden. Das resultierende Koppellement hat eine Eigendynamik (PID-Kraft). Die Koordinaten y und w bezeichnen jeweils Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage für den Eingang $u = 0$.

a) Schneiden Sie das System frei.





b) Wie lautet die Newtonsche Gleichung für den starren Körper mit der Masse m ?

$$m \ddot{y} =$$

c) Stellen Sie die Gleichgewichtsbedingung für den masselosen Knotenpunkt P auf.

d) Wie lautet der Zustandsvektor des Schwingers?

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$$

e) Welche Form haben die Zustandsgleichungen?

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}(t)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}(t)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}(t)}$$

Die Einführung von \dot{u} in die Zustandsgleichung ist beim Auftreten von Unstetigkeiten wie Sprüngen in $u(t)$ für die numerische Simulation ungünstig. Durch eine andere Wahl der Zustandsgrößen lässt sich dies vermeiden:

$$\hat{\mathbf{x}} = [y \quad \dot{y} \quad \hat{w}] \quad \text{mit } \hat{w} = w - u$$

f) Welche Form haben nun die Zustandsgleichungen?

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}}_{\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{A}}(t)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{x}}(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{B}}(t)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}}_{\hat{\mathbf{u}}(t)}$$