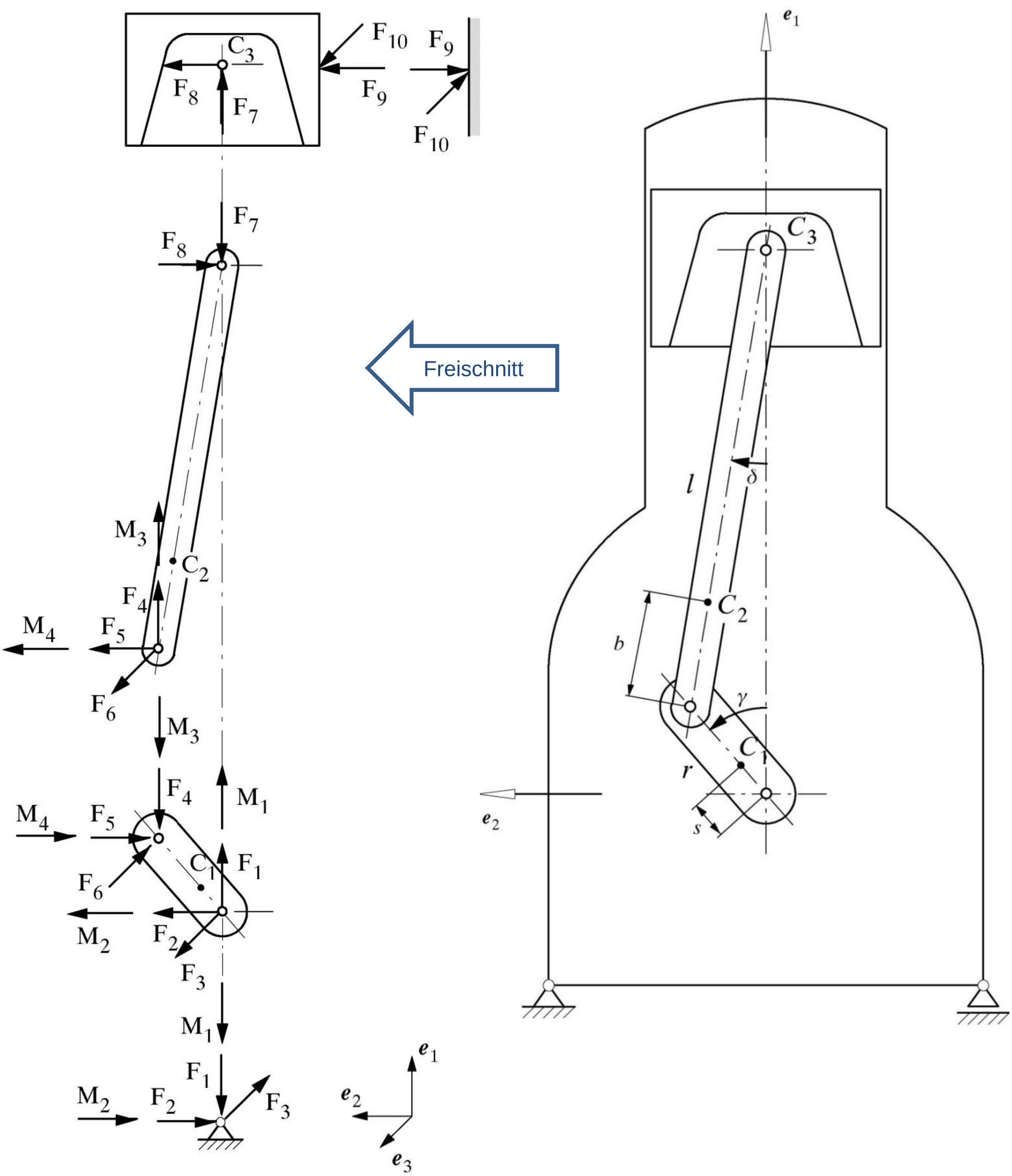
# Lagerkräfte am Einzylindermotor

**Aufgabe 1**

Das Modell eines Einzylindermotors (rechte Abbildung) wurde mit folgenden verallgemeinerten Zwangskräften und Zwangsmomenten freigeschnitten (linke Abbildung), wobei der Kolben als Punktmasse modelliert wird.

$$\mathbf{g} = [F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4 \quad F_5 \quad F_6 \quad F_7 \quad F_8 \quad F_9 \quad F_{10} \quad M_1 \quad M_2 \quad M_3 \quad M_4\,]$$



a) Wie lauten die Zwangskräfte und Zwangsmomente bezüglich der Schwerpunkte?

$$\mathbf{f}_1^{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_2^{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}_3^{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{l}_1^{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ -F_2\, s \cos\gamma + F_1\, s \sin\gamma - F_5(r-s)\cos\gamma + F_4(r-s)\sin\gamma \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{l}_2^{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \\ -F_5\, b \cos\delta - F_4\, b \sin\delta - F_8(l-b)\cos\delta - F_7(l-b)\sin\delta \end{bmatrix}$$

b) Wie lautet die Verteilungs-Matrix $\bar{\mathbf{Q}}$ der Reaktionskräfte und Reaktionsmomente mit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_1^{\mathrm{r}} \\ \mathbf{f}_2^{\mathrm{r}} \\ \mathbf{f}_3^{\mathrm{r}} \\ \mathbf{l}_1^{\mathrm{r}} \\ \mathbf{l}_2^{\mathrm{r}} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{g} \text{ ?}$$

$$
\underline{Q} =
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccccc|cccc}
[\,F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 & F_6 & F_7 & F_8 & F_9 & F_{10} & M_1 & M_2 & M_3 & M_4\,]
\end{array} \\
\left[\begin{array}{cccccccccc|cccc}
 & \circ & \circ &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ &  & \circ & \circ &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & \circ &  & \circ & \circ &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\hline
\circ & \circ & \circ &  & \circ & \circ &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ &  & \circ & \circ &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\hline
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ &  &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ &  & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\hline
\circ & \circ &  & \circ & \circ &  & \circ & \circ & \circ & \circ &  & \circ &  & \circ \\
\circ & \circ &  & \circ & \circ &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ &  & \circ &  \\
 &  & \circ &  &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
\hline
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ &  & \circ \\
\circ & \circ & \circ & \circ & \circ &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ &  \\
\circ & \circ & \circ &  &  & \circ &  &  & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ
\end{array}\right]
\end{array}
$$

c) Überprüfen Sie das Ergebnis mit der Orthogonalitätsbeziehung $\bar{\mathbf{J}}^{\mathrm{T}} \cdot \bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{0}$.

**Hinweis**: Die globale Jacobi-Matrix ergibt sich mit der verallg. Koordinate $\mathbf{y} = [\,\gamma\,]$ als

$$\bar{\mathbf{J}}^{\mathrm{T}} = [\quad -s\sin\gamma \quad s\cos\gamma \quad 0 \quad | \quad -r\sin\gamma - b\delta'\sin\delta \quad r\cos\gamma - b\delta'\cos\delta \quad 0 \quad | \dots$$
$$-r\sin\gamma - l\,\delta'\sin\delta \quad 0 \quad 0 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad | \quad 0 \quad 0 \quad -\delta']^{\mathrm{T}}$$

d) Ermitteln Sie die globale Massen-Blockdiagonalmatrix $\bar{\bar{\mathbf{M}}}$

$$\bar{\bar{\mathbf{M}}} = \left[\begin{array}{c:c:c:c:c} \quad & \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hdashline \quad & \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hdashline \quad & \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hdashline \quad & \quad & \quad & \quad & \quad \\ \hdashline \quad & \quad & \quad & \quad & \quad \end{array}\right]$$

e) Durch Links-Multiplikation der Newton−Euler−Gleichungen mit $\bar{\mathbf{Q}}^{\mathrm{T}} \cdot \bar{\bar{\mathbf{M}}}^{-1}$ ergeben sich die Reaktionsgleichungen, mit dessen Hilfe sich die Lagerkräfte und −momente ermitteln lassen. Benennen Sie die Komponenten der Gleichung.

$$\hat{\mathbf{k}}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) = \hat{\mathbf{q}}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) + \hat{\mathbf{N}}(\mathbf{y}, t) \cdot \mathbf{g}$$

_ _ _ _ _ _ _ _

_ _ _ _ _ _ _ _

_ _ _ _ _ _ _ _

_ _ _ _ _ _ _ _