

Virtuelle Arbeit der Reaktionskräfte am Doppelpendel

Aufgabe 1

a) Die virtuelle Verschiebung eines Körpers mit den verallgemeinerten Koordinaten y und dem Ortsvektor $\mathbf{r}_i(y)$ lässt sich bestimmen mit

$$\delta \mathbf{r}_i = \text{-----}$$

b) Für ein Doppelpendel findet man mit dem Lagevektor $\mathbf{y} = [\alpha_1 \quad \alpha_2]$ und den Ortsvektoren und Jacobi-Matrizen

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}, \mathbf{J}_{T1} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}, \mathbf{J}_{T2} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

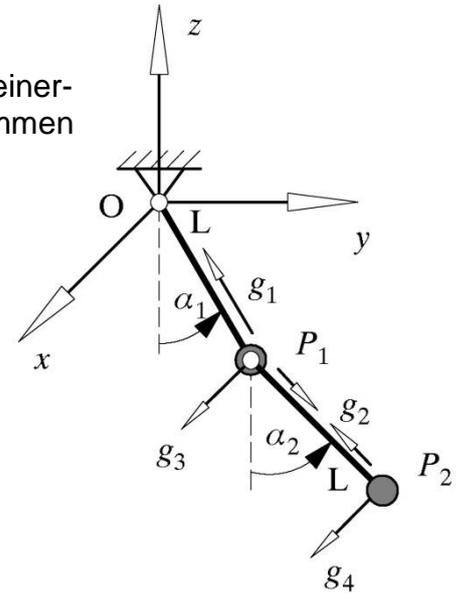
für die virtuellen Verschiebungen die Beziehungen

$$\delta \mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}, \quad \delta \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$$

c) Mit den verallgemeinerten Zwangskräften und Zwangsmomenten $\mathbf{g} = [g_1 \quad g_2 \quad g_3 \quad g_4]$ ergeben sich die Reaktionskräfte und Verteilungsmatrizen zu

$$\mathbf{f}_1^r = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \mathbf{g}$$

$$\mathbf{f}_2^r = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \mathbf{g}$$





d) Die virtuelle Arbeit der Zwangskräfte f_i^r ist damit

$$\delta W^r =$$

=

e) Das Verschwinden der virtuellen Arbeit $\delta W^r = \delta \mathbf{y}^T \cdot \bar{\mathbf{J}}^T \cdot \bar{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{g}$ der Reaktionskräfte lässt sich auch mit der Orthogonalitätsbeziehung

$$\bar{\mathbf{J}}^T \cdot \bar{\mathbf{Q}} = \left[\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} | \\ | \\ | \\ | \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_1 & \sin \alpha_2 & 0 & 0 \\ \cos \alpha_1 & -\cos \alpha_2 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\sin \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_2 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

$$= \left[\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right]$$

prüfen.