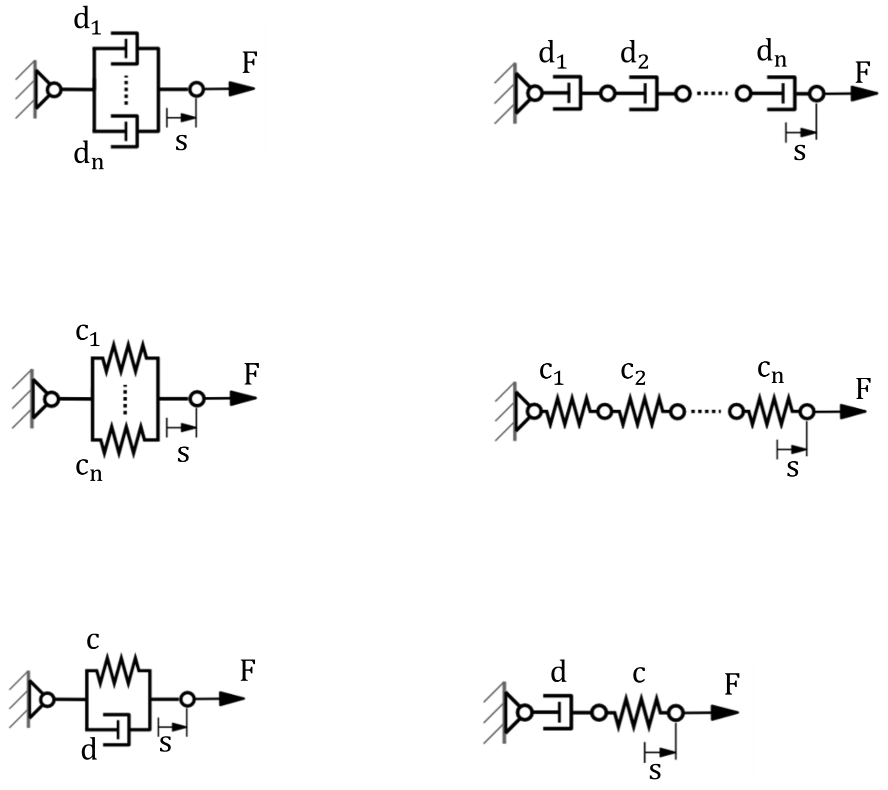
Kinetik gebundener Mehrkörpersysteme

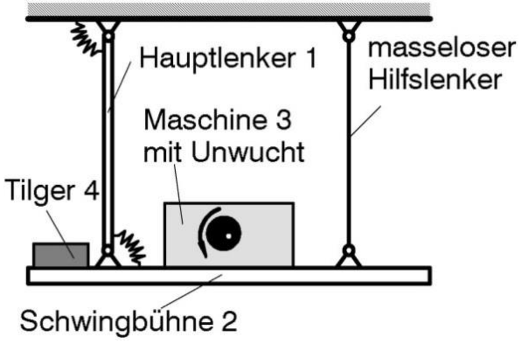
Aufgabe 1

Wie berechnet sich die Gesamtkraft F in kombinierten Feder-Dämpfer-Elementen, wenn alle Federn für $s = 0$ ungespannt sind?



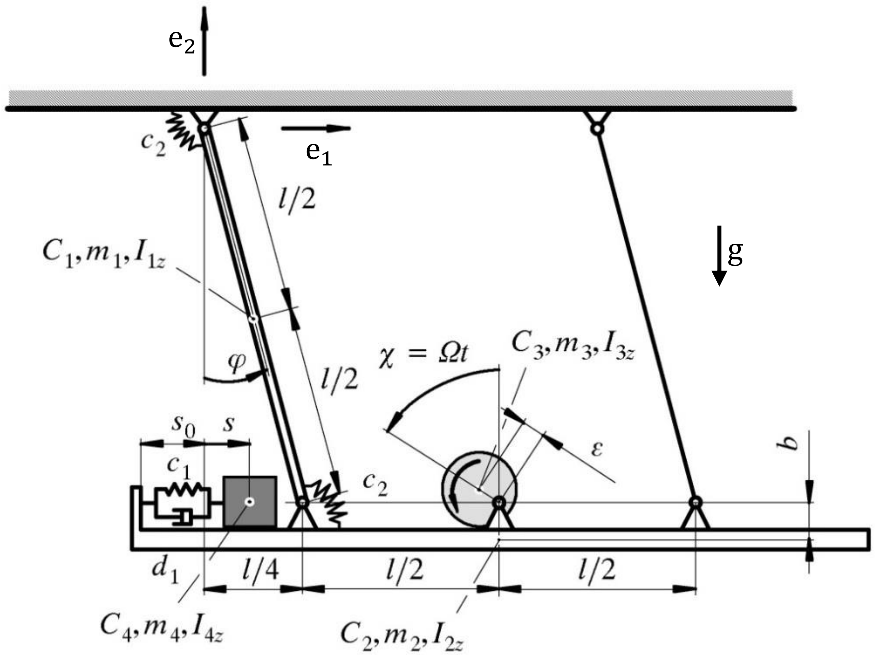
Aufgabe 2

Die Schwingbühne aus Arbeitsblatt A7, Aufgabe 3, soll hinsichtlich ihrer Kinetik untersucht werden.

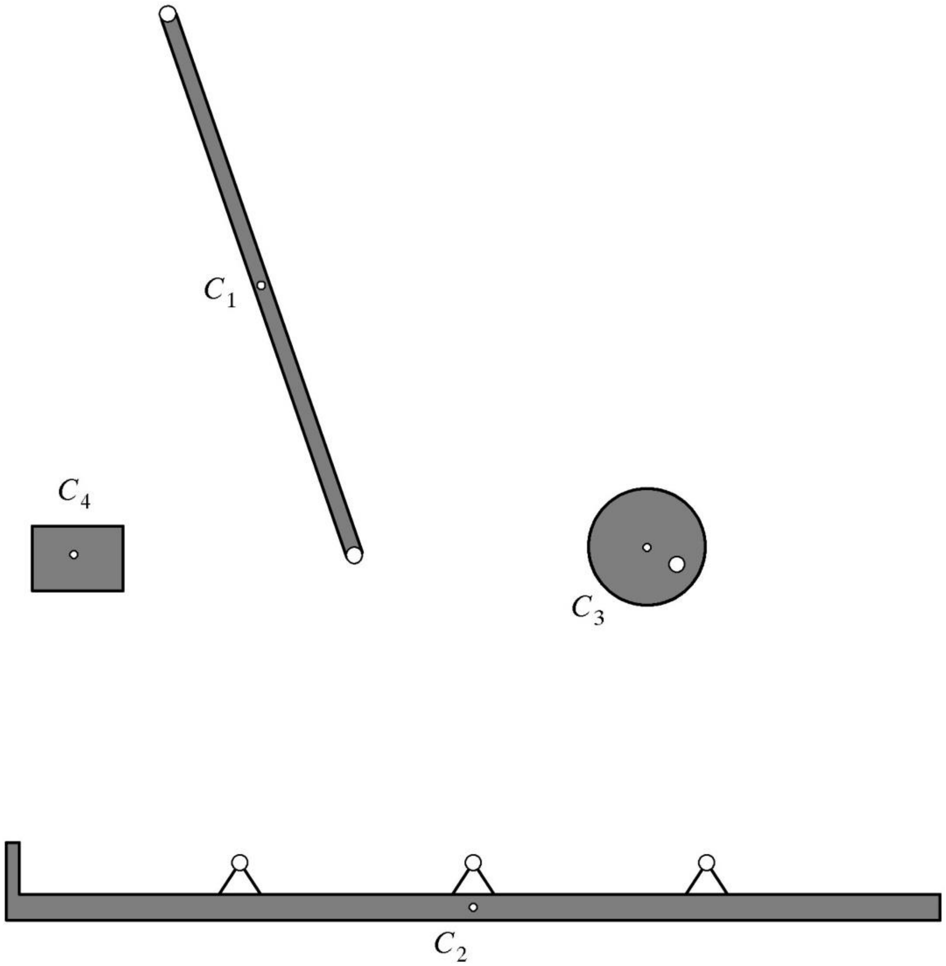


$$\mathbf{y} = [\varphi \quad s]$$

Die Abbildung auf ein Mehrkörpersystem ist unten dargestellt (Die Federn sind für $s = 0$ und $\varphi = 0$ entspannt).



a) Tragen Sie in das freigeschnittene System alle Kräfte und Momente ein und benennen Sie diese (Führen Sie eine ebene Betrachtung durch).



b) Formulieren Sie die Gesetze für die eingeprägten Kräfte und Momente:

____

____

____

____

c) Wie lauten die Impuls− und Drallsätze für die freigeschnittenen Körper?

○ $m_i\, \mathbf{J}_{Ti} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + m_i \bar{\mathbf{a}}_i = \mathbf{f}_i^e$
$\mathbf{I}_i \cdot \mathbf{J}_{Ri} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{I}_i \cdot \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i + \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_i \cdot \mathbf{I}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{l}_i^e$

○ $m_i\, \mathbf{J}_{Ti} \cdot \ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}_i^e + \mathbf{f}_i^r$
$\mathbf{I}_i \cdot \mathbf{J}_{Ri} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_i \cdot \mathbf{I}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{l}_i^e + \mathbf{l}_i^r$

○ $m_i\, \mathbf{J}_{Ti} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + m_i \bar{\mathbf{a}}_i = \mathbf{f}_i^e + \mathbf{f}_i^r$
$\mathbf{I}_i \cdot \mathbf{J}_{Ri} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{I}_i \cdot \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i + \widetilde{\boldsymbol{\omega}}_i \cdot \mathbf{I}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{l}_i^e + \mathbf{l}_i^r$

d) Geben Sie die resultierenden Kraftwinder der eingeprägten Kräfte auf die vier Körper bezüglich ihres Schwerpunkts an:

$$\mathbf{f}_1^e = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix} \qquad \mathbf{l}_1^e = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

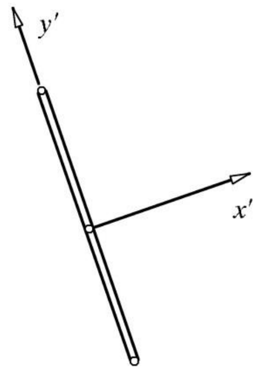
$$\mathbf{f}_2^e = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix} \qquad \mathbf{l}_2^e = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}_3^e = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix} \qquad \mathbf{l}_3^e = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{f}_4^e = \begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$

e) Wie lautet der Trägheitstensor des Hauptlenkers

im körperfesten Koordinatensystem?



○ $\mathbf{I}_1' = \begin{bmatrix} I_{1x} & 0 & 0 \\ 0 & I_{1y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ○ $\mathbf{I}_1' = \begin{bmatrix} I_{1x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{1z} \end{bmatrix}$

○ $\mathbf{I}_1' = \begin{bmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & I_{1z} \end{bmatrix}$

im Inertialsystem?

○ $\mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}$ ○ $\mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & I_{1z} \end{bmatrix}$ ○ $\mathbf{I}_1 = \begin{bmatrix} * & * & 0 \\ * & * & 0 \\ 0 & 0 & I_{1z} \end{bmatrix}$

f) Formulieren Sie den Impulssatz für den Hauptlenker.
Hinweis: Verwenden Sie die kinematischen Beziehungen aus Arbeitsblatt A7, Aufgabe 3.

Hauptlenker:

$$\begin{bmatrix} \qquad\qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \begin{bmatrix} \qquad\qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \qquad\qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} + \mathbf{f}_1^r$$

g) Formulieren Sie den Drallsatz für den Hauptlenker.
Hinweis: Verwenden Sie die kinematischen Beziehungen aus Arbeitsblatt A7, Aufgabe 3.

Hauptlenker:

$$\begin{bmatrix} \qquad\qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \qquad\qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \begin{bmatrix} \qquad\qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} \qquad\qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \qquad\qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \qquad\qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} + \mathbf{l}_1^r$$

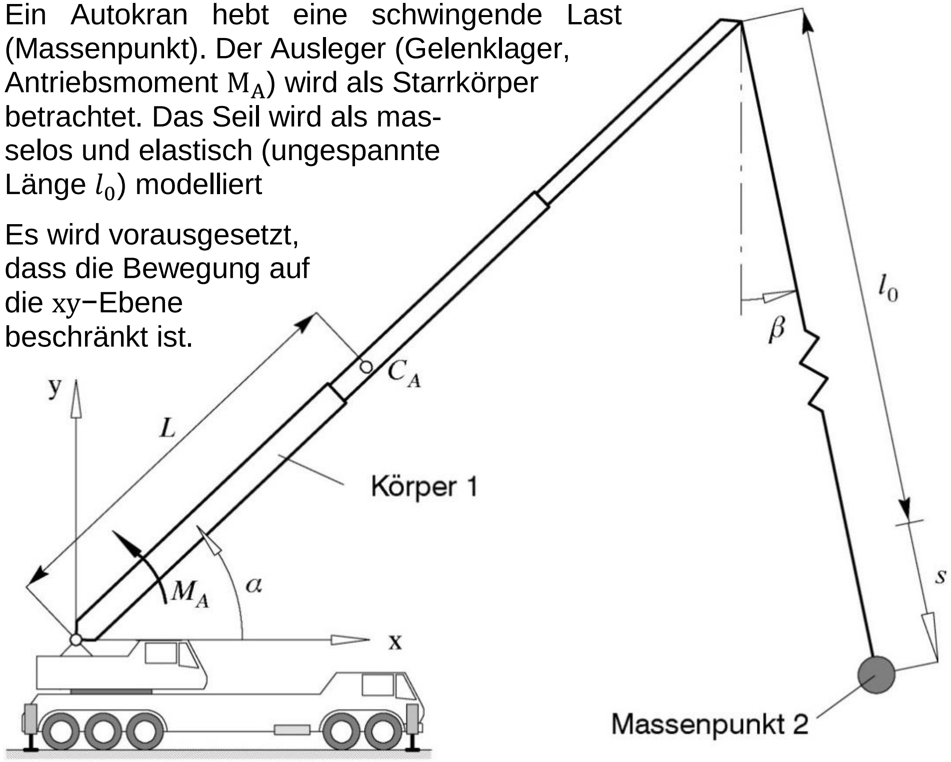
oder

$$\begin{bmatrix} \qquad\qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \begin{bmatrix} \qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \qquad\qquad \\ \\ \\ \end{bmatrix} + \mathbf{l}_1^r$$

Aufgabe 3

Ein Autokran hebt eine schwingende Last (Massenpunkt). Der Ausleger (Gelenklager, Antriebsmoment M_A) wird als Starrkörper betrachtet. Das Seil wird als masselos und elastisch (ungespannte Länge l_0) modelliert

Es wird vorausgesetzt, dass die Bewegung auf die xy−Ebene beschränkt ist.



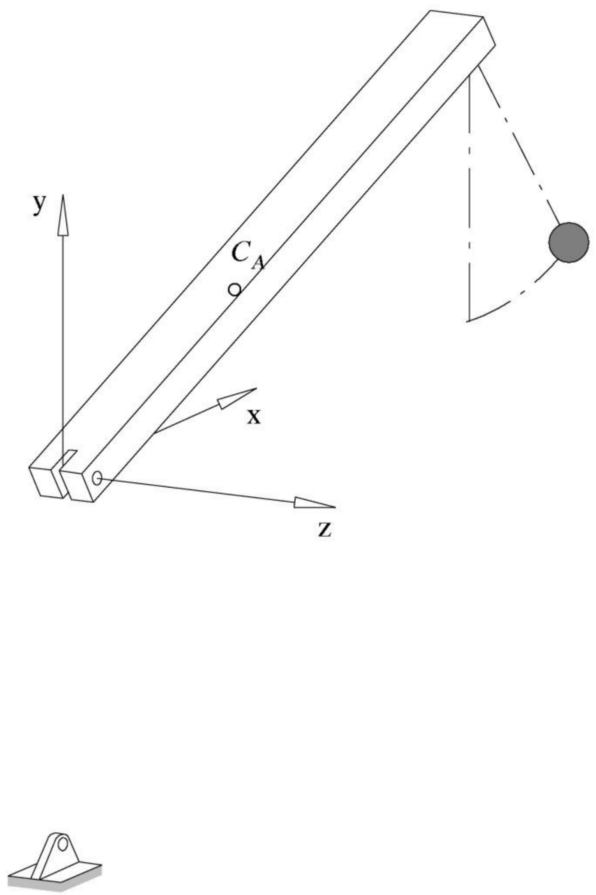
a) Wie groß ist die Zahl der geometrischen Bindungen bei der gewählten Modellierung? (Führen Sie eine räumliche Betrachtung durch!)

Summe der Freiheitsgrade des freien Kranauslegers und Massenpunkts: $f^u =$ __________

Zahl der Freiheitsgrade des gebundenen Mehrkörpersystems: $f =$ __________

Zahl der geometrischen Bindungen: $n =$ __________

b) Tragen Sie die verallgemeinerten Zwangskräfte und Zwangsmomente auf den Kranausleger, das Lager und die Last ein, und bezeichnen Sie diese.



c) Geben Sie den Vektor der verallgemeinerten Zwangskräfte/momente an:

$$\mathbf{g} = \left[\quad \right]$$

d) Wie lauten die Reaktionskraftvektoren und die zugehörigen Verteilungsmatrizen?

Ausleger:

$$\mathbf{f}_1^{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \underline{\qquad} \\ \underline{\qquad} \\ \underline{\qquad} \end{bmatrix} \overset{!}{=} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_{\mathrm{T1}}} \cdot \mathbf{g}$$

Last:

$$\mathbf{f}_2^{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \underline{\qquad} \\ \underline{\qquad} \\ \underline{\qquad} \end{bmatrix} \overset{!}{=} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_{\mathrm{T2}}} \cdot \mathbf{g}$$

e) Bestimmen Sie den Reaktionsmomentenvektor des Auslegers zuerst aus der Anschauung (1) und anschließend formal, mittels des Kreuzproduktes (2).

(1) aus der Anschauung:

$$\mathbf{l}_1^{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \\ \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \\ \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \end{bmatrix}$$

(2) formal mittels Kreuzprodukt

$$\mathbf{l}_1^{\mathrm{r}} = \sum_{\mathrm{i}} \mathbf{l}_{1\mathrm{i}}^{\mathrm{r}} + \sum_{\mathrm{j}} \mathbf{r}_{\mathrm{Cj}} \times \mathbf{f}_{1\mathrm{j}}^{\mathrm{r}}$$

$$\mathbf{l}_1^{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} \underline{\quad} \\ \underline{\quad} \\ \underline{\quad} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\qquad\quad} \\ \underline{\qquad\quad} \\ \underline{\qquad\quad} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \underline{\quad} \\ \underline{\quad} \\ \underline{\quad} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \\ \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \\ \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \end{bmatrix}$$

f) Wie lautet die zugehörige Verteilungsmatrix $\mathbf{F}_{\mathrm{R1}}$?

$$\mathbf{l}_1^{\mathrm{r}} \overset{!}{=} \underbrace{\begin{bmatrix} \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\qquad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_{\mathrm{R1}}} \cdot \mathbf{g}$$