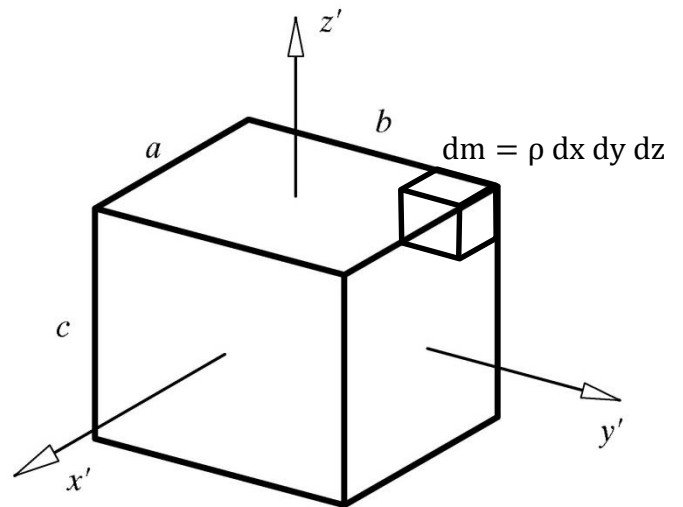




## Massengeometrie eines Quaders

### Aufgabe 1

Ermitteln Sie den Trägheitstensor für einen homogenen Quader (Masse  $m$ , Kantenlängen  $a$ ,  $b$  und  $c$ ) im körperfesten Koordinatensystem.



a) Bestimmen Sie das Massenträgheitsmoment  $I'_{xx}$  durch Integration (verwenden Sie dabei die Dichte  $\rho$  als Hilfsgröße).

$$\begin{aligned}
 I'_{xx} &= \int \int \int \dots \dots \dots dx dy dz \\
 &= \rho \int \int \int \dots \dots \dots dy dz \\
 &= \rho \int \dots \dots \dots dz \\
 &= \rho \dots \dots \dots = \dots
 \end{aligned}$$

b) Bestimmen Sie das Massendeviationsmoment  $I'_{xy}$  durch Integration.

$$I'_{xy} = \int \int \int \dots \dots \dots dx dy dz$$



$$= -\rho \int \int \dots \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dy dz = -\rho \int \int \dots \int dy dz$$

$$\Rightarrow I'_{xy} = \dots$$

c) Was versteht man unter einem "Hauptachsensystem"? Ergänzen Sie den Lückentext.

Für jeden Körper gibt es \_\_\_\_\_, bezüglich derer das Trägheitsmoment maximal bzw. minimal ist. Diese Achsen stehen \_\_\_\_\_ zueinander und bilden mit einer dazu \_\_\_\_\_ dritten Achse die \_\_\_\_\_.  
 Das von diesen Achsen aufgespannte Koordinatensystem wird als \_\_\_\_\_ bezeichnet. In diesem Koordinatensystem ist der Trägheitstensor \_\_\_\_\_.

d) Geben Sie den vollständigen Trägheitstensor an.

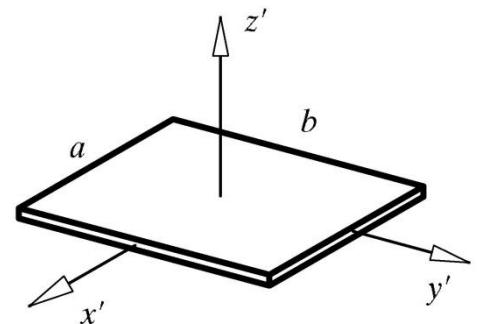
$$I' = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

**Aufgabe 2**

Wie lautet der Trägheitstensor

a) einer Platte (Masse m) ?

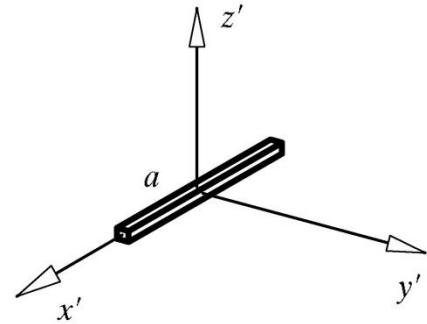
$$I' = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$





b) eines Stabes (Masse  $m$ ) ?

$$\mathbf{I}' = \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{bmatrix}$$

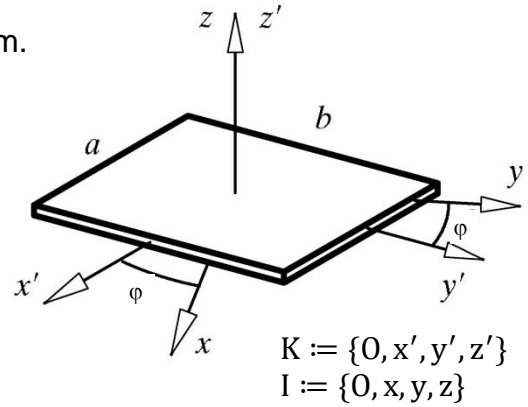


**Aufgabe 3**

Bestimmen Sie den Trägheitstensor  ${}_{\mathbf{I}}$  im Inertialsystem.

a) Wie lautet die Drehmatrix?

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{bmatrix}$$



b) Führen Sie die Transformation des körperfesten Trägheitstensors  $\mathbf{I}'_K$  ins raumfeste Koordinatensystem durch.

$$\mathbf{I}_I =$$

$$= \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & (a^2 - b^2) \sin \varphi \cos \varphi & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{bmatrix}$$