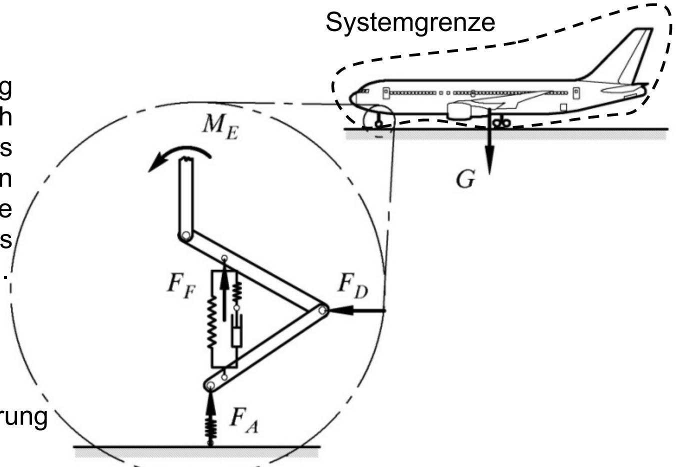
Maschinendynamik Seminar 1

1. Das Seminar umfasst 5 Aufgaben auf 4 Blättern.
2. Nur vorgelegte Fragen beantworten, keine Zwischenrechnungen eintragen.
3. Alle Ergebnisse sind grundsätzlich in den gegebenen Größen auszudrücken.
4. Als Hilfsmittel sind ausschließlich 6 Seiten Formelsammlung (entspricht 3 Blättern DIN-A4 doppelseitig) zugelassen. Elektronische Geräte sind ausdrücklich nicht zugelassen.
5. Bearbeitungszeit: 90 Minuten.

Die Musterlösungen zu diesen Aufgaben können im Anschluss an das Seminar unter
http://www.itm.uni-stuttgart.de/courses/madyn/madyn_de.php
eingesehen werden

Aufgabe 1

Die Bugradaufhängung eines Flugzeuges wird durch einen Hebel-mechanismus mit einem elastischen Reifen modelliert. Die Systemgrenze wird um das gesamte Flugzeug gezogen.



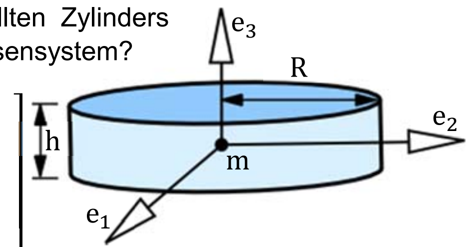
Wie werden die eingetragenen Kräfte und Momente bezeichnet?

	äußere Kraft/Moment	innere Kraft/Moment	eingeprägte Kraft/Moment	Reaktionskraft/Moment	P−Kraft/Moment	PD−Kraft/Moment	PID−Kraft/Moment
Gewicht G des Flugzeuges							
Kraft F_F in Feder−Dämpfer−Kombination							
Kraft F_D im Drehgelenk							
Aufstandskraft F_A des elastischen Reifens							
Einspannmoment M_E der Stütze							

Aufgabe 2

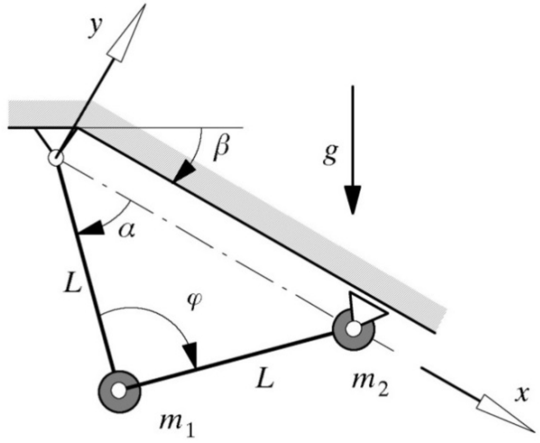
Wie lautet der Trägheitstensor des dargestellten Zylinders mit der Masse m im körperfesten Hauptachsensystem?

$$\mathbf{I}'_Z = \left[\quad \right]$$



Aufgabe 3

Die Masse m_2 eines ebenen Doppelpendels ist reibungsfrei an eine schiefe Ebene (Winkel β) gefesselt. Mittels dem **Prinzip der virtuellen Arbeit** soll die Gleichgewichtslage ermittelt werden.



a) Wie groß ist die Zahl der Freiheitsgrade des Systems?

$f =$ ___________

b) Wählen Sie eine geeignete verallgemeinerte Koordinate

$\mathbf{y} =$ ___________

c) Bestimmen Sie die Ortsvektoren

$\mathbf{r_1} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r_2} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$

d) Wie lauten die virtuellen Verschiebungen des Systems?

$\boldsymbol{\delta}\mathbf{r_1} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\delta}\mathbf{r_2} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$

e) Welche eingeprägten Kräfte wirken auf die Massenpunkte?

$\mathbf{f_1^e} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f_2^e} = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$

f) Wie groß ist die virtuelle Arbeit der **eingeprägten** Kräfte?

$\delta W^e =$ __________

$= \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}$

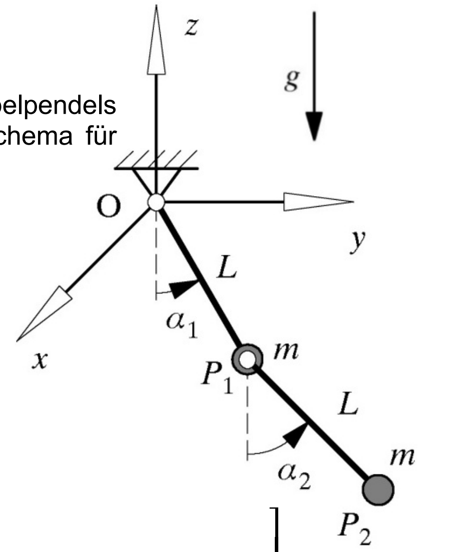
$=$ ____________________________________

g) Bestimmen Sie nun aus dem Ergebnis von f) und mit dem **Prinzip der virtuellen Arbeit** die Gleichgewichtslage $\mathbf{y}_G$ des Systems

$\mathbf{y}_G =$ ______________________

Aufgabe 4

Die **Bewegungsgleichungen** eines Doppelpendels lassen sich formal mit dem Newton−Euler−Schema für holonome MKS räumlich ermitteln.



a) Freiheitsgrad: $f =$ ___

Lagevektor: $\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \\ \end{bmatrix}$

b) Ortsvektoren:

$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}.$

Geschwindigkeiten:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix} \cdot \dot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{v}}_1, \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix} \cdot \dot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{v}}_2$$

Beschleunigungen:

$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{J}_{T1} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix} \cdot \dot{\mathbf{y}} + \dot{\bar{\mathbf{v}}}_1 ,$$

$$\mathbf{a}_2 = \mathbf{J}_{T2} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix} \cdot \dot{\mathbf{y}} + \dot{\bar{\mathbf{v}}}_2 .$$

c) Eingeprägte Kräfte:

$$\mathbf{f}_1^e = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{f}_2^e = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}.$$

d) **Newton−Eulersche Gleichungen** (räumliche Betrachtung)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}}_{\bar{\bar{\mathbf{M}}} \cdot \bar{\mathbf{J}}} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{q}}^c} = \underbrace{\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}}_{\bar{\mathbf{q}}^e} + \bar{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{g}$$

e) Durch Linksmultiplikation mit der globalen Jacobi−Matrix

$$\bar{\mathbf{J}}^T = \begin{bmatrix} \quad & \quad \end{bmatrix}$$

und mit den Additionstheoremen

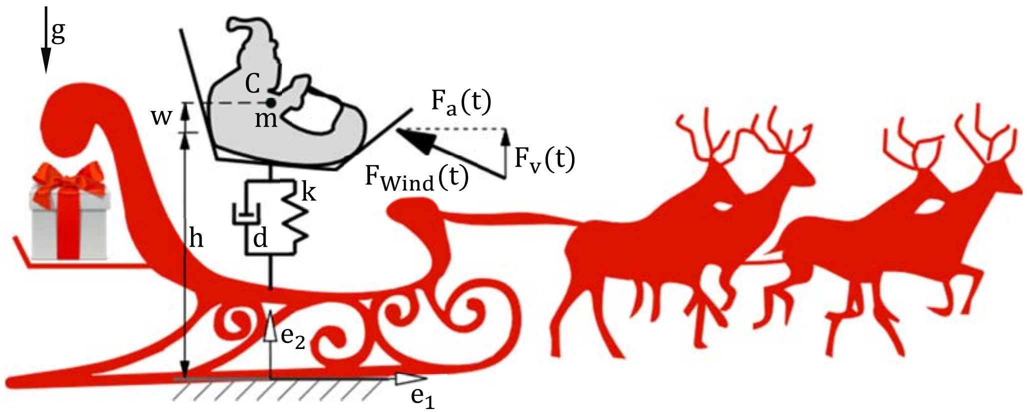
$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

ergeben sich die **Bewegungsgleichungen** zu

$$\underbrace{mL^2 \begin{bmatrix} 2 & \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \\ \_\_\_\_\_\_ & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}(\mathbf{y},t)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \_\_\_ \\ \_\_\_ \end{bmatrix}}_{\ddot{\mathbf{y}}} + \underbrace{mL^2 \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_2^2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}}_{\mathbf{k}(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}},t)} = \underbrace{-mgL \begin{bmatrix} 2\sin\alpha_1 \\ \_\_\_\_\_ \end{bmatrix}}_{\mathbf{q}(\mathbf{y},\dot{\mathbf{y}},t)} .$$

Aufgabe 5

Der Einfluss der vertikalen Windkraftkomponente $F_v(t)$ auf die Dynamik eines Fahrzeugsitzes (Masse m, Schwerpunkt C) soll im Auftrag eines bärtigen Mannes untersucht werden. Der Sitz ist in vertikaler Richtung durch ein Feder-Dämpfer-Element (Federsteifigkeit k, Dämpferkonstanten d) gelagert und befindet sich für $w = w_G = 0$ und $F_v(t_0) = 0$ an der Position h im Gleichgewicht.
Der Vektor der verallgemeinerten Koordinaten lautet $\mathbf{q} = [\, w \,]$.



a) Bestimmen Sie den Ortsvektor zum Schwerpunkt und dessen Beschleunigung.

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a} = \underbrace{\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_T} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{J}}_T} \cdot \dot{\mathbf{q}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}}_{\dot{\bar{\mathbf{v}}}}$$

b) Vervollständigen Sie die **Newton-Euler-Gleichungen**.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}}_{\bar{\bar{\mathbf{M}}} \cdot \bar{\mathbf{J}}} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}}_{m\,\bar{\mathbf{a}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}^e} + \mathbf{f}^r$$

c) Wie lauten nun die linearen **Bewegungsgleichungen**?

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}}_{\tilde{\mathbf{M}}} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}}_{\mathbf{P}} \cdot \dot{\mathbf{q}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{q} = \underbrace{\begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}}_{\mathbf{h}},$$

bzw. $\Rightarrow \ddot{w} + \_\_\_\_\_\ \dot{w} + \_\_\_\_\_\ w = \_\_\_\_\_$

d) Ergänzen Sie die lineare **Zustandsdifferentialgleichung** in der systemdynamischen Form. Da das System nur den Eingang F_v und den interessierenden Ausgang w hat, ist der Eingangsvektor $\mathbf{u}$ ein Skalar, die Eingangsmatrix $\mathbf{B}$ ein Spaltenvektor, der Ausgangsvektor $\mathbf{y}$ ein Skalar, die Ausgangsmatrix $\mathbf{C}$ ein Zeilenvektor und die Durchgriffsmatrix $\mathbf{D}$ ein Skalar.

$$\dot{\mathbf{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \_\_\_\_ & \_\_\_\_ \\ \_\_\_\_ & \_\_\_\_ \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \_\_\_ \\ \_\_\_ \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} F_v \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}}$$

$$\mathbf{y} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{u}$$

e) Berechnen Sie die gedämpfte Eigenkreisfrequenz ω_1 durch das Lösen des EW-Problems. (Die imaginäre Einheit wird mit j bezeichnet.)

$$p(\lambda) = |\mathbf{E}\,\lambda - \mathbf{A}| = \begin{vmatrix} \_\_\_ & \_\_\_\_\_ \\ \_\_\_ & \_\_\_\_\_ \end{vmatrix} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = 0$$

$$\Rightarrow \lambda_{1,2} = \frac{\quad}{\_\_\_\_} \pm \sqrt{\frac{\quad}{\_\_\_\_\_\_\_\_}} = \underbrace{\_\_\_\_}_{\sigma_1} \pm j\, \underbrace{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}_{\omega_1}$$

f) Der bärtige Mann wippt bei Windstille auf seinem Sitz auf und ab, sodass eine Resonanzerscheinung auftritt. Mit welcher Frequenz bewegt er sich nun?

$$f = \frac{\quad}{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_}$$

g) Die Matrix der komplexen Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich lässt sich mit $\mathbf{G}(\omega\, j) = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{E}\omega j - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{D}$ berechnen. Bestimmen Sie den Amplitudenfrequenzgang $|G(\omega j)|$, der das Übertragungsverhalten von der Windkraftkomponente $F_v(t)$ auf die Position $w(t)$ charakterisiert. Skizzieren Sie diesen für schwache Dämpfung und im ungedämpften Fall.

$$|G(\omega j)| = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\omega^2 j^2 + \omega j \frac{d}{m} + \frac{k}{m}} \begin{bmatrix} \omega j + \frac{d}{m} & 1 \\ -\frac{k}{m} & \omega j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \_\_\_ \\ \_\_\_ \end{bmatrix}$$

$$= \left| \frac{\quad}{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_} \right|$$