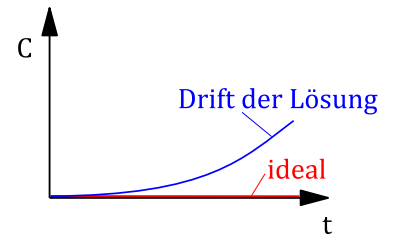


Abhilfen gegen numerischen Drift

Problem: Bei MKS in DAE (differential algebraic equations) Struktur werden die Bindungen nur auf Beschleunigungsebene eingehalten, wenn diese als Index 1 DAE integriert werden. Bei längeren Laufzeiten kommt es zu einem numerischen Drift in den Bindungsgleichungen auf Lageebene, da kleine Fehler in der Beschleunigung zwei Mal integriert werden.



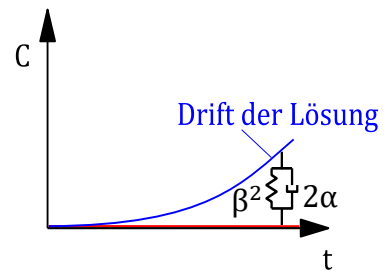
Drei Abhilfemöglichkeiten gegen numerischen Drift:

Baumgarte: Das System wird um stabilisierenden Zusatzterm erweitert, die bei Drift die Bindungen durch (fiktive) Feder- und Dämpferkräfte das System wieder auf die Bindungen zurückführen.

$$\ddot{c} + 2\alpha\dot{c} + \beta^2 c = 0$$

(„Feder-Dämpfer-Element) mit Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = \beta$ und Abklingkonstante α . Für $\alpha > 0$ erhält man asymptotisch stabiles Verhalten.

Günstig: Festlegung des aperiodischen Grenzfalls mit $D = \frac{\alpha}{\beta} = 1$. Für β muss gelten, dass β kleiner als die kleinste Eigenfrequenz des Systems ist, allerdings nicht zu klein. (Es gibt keine allgemein gültigen Regeln für die Festlegung von α und β)

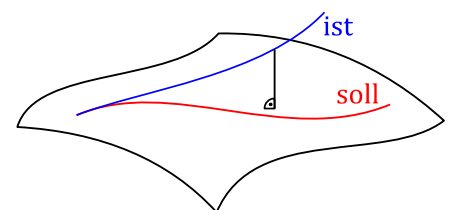


GGL (Gear-Gupta-Leimkuhler): Die Formulierung nach Gear-Gupta-Leimkuhler zielt darauf ab, die Beschreibung der Lösungsmannigfaltigkeit als Randbedingungen in die Systemgleichungen zu bringen. Da dies zu einem überbestimmten Gleichungssystem führen würde, wird ein Korrekturterm eingefügt. Die MKS-Bewegungsgleichungen (Zustandsform) in der GGL-Formulierung ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= z - C^T \mu \\ M \cdot \dot{z} + q^c - C^T \cdot \lambda &= q^e \\ 0 &= c \\ 0 &= C \cdot z \end{aligned}$$

Es wird also ein zusätzlicher Lagrange Multiplikator μ in der Index-3 Formulierung eingefügt. Das resultierende System hat demnach eine höhere Ordnung, besitzt aber tatsächlich den Index-2 und enthält keine zusätzliche Invariante.

Projektion: Eine genaue Einhaltung der Bindungen kann erreicht werden, indem der Fehler in den Bindungen nach jedem Integrationsschritt durch eine geeignete Projektion auf die Bindungsmannigfaltigkeit korrigiert wird. Die nach einem Integrationsschritt (Prädiktorschritt) im Zeitintervall berechneten Lagegrößen werden auf die Bindungsmannigfaltigkeit projiziert.



Literatur:

- Pöll, C., Hafner, I. Index Reduction and Regularisation Methods for Multibody Systems, IFAC, 2015
- Woernle, C.: Mehrkörpersysteme – Eine Einführung in die Kinematik und Dynamik von Systemen starrer Körper. Springer Vieweg, 2011