ANCF: Kinetik eines freien Elements

Prinzip von D'Alembert

$$\delta W_t + \delta W_i = \delta W_{e,s} + \delta W_{e,b}$$

$$\delta \mathbf{r} = \mathbf{S}\,\delta \mathbf{e}$$
$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} = \mathbf{S}\,\dot{\mathbf{e}}$$
$$\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{a} = \mathbf{S}\,\ddot{\mathbf{e}}$$

Virtuelle Arbeit der Trägheitskräfte

$$\delta W_t = \int_V \rho \mathbf{a}^T \delta \mathbf{r}\, dV = \ddot{\mathbf{e}}^T \int_V \rho \mathbf{S}^T \mathbf{S}\, dV\, \delta \mathbf{e} = \ddot{\mathbf{e}}^T \mathbf{M}\, \delta \mathbf{e}$$

mit

$$\mathbf{M} = \int_V \rho \mathbf{S}^{\mathbf{T}} \mathbf{S}\, dV$$

Virtuelle Arbeit der inneren Kräfte

$$\delta W_i = \int_V \boldsymbol{\sigma} : \delta \mathbf{G}\, dV$$

$$\delta \mathbf{G} = \{\, \delta \mathbf{F}^T \mathbf{F} + \mathbf{F}^T \delta \mathbf{F} \,\}$$

$$\delta W_i = \frac{1}{2} \int_V (\mathbf{C} : \mathbf{G}) : \delta \mathbf{G}\, dV = \mathbf{q}_i^T \delta \mathbf{e}$$

Virtuelle Arbeit der eingeprägten Einzel- und Volumenkräfte

$$\delta W_{e,s} = \hat{\mathbf{F}}^T \delta \mathbf{r} = \hat{\mathbf{F}}^T \mathbf{S}\, \delta \mathbf{e}$$

$$\delta W_{e,b} = \int_V \mathbf{b}^T \delta \mathbf{r}\, dV = \int_V \mathbf{b}^T \mathbf{S}\, dV\, \delta \mathbf{e}$$

Bewegungsgleichung eines finiten Elements

$$\left\{\mathbf{M}\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{q}_i - \mathbf{q}_{e,s} - \mathbf{q}_{e,b}\right\}^T \delta \mathbf{e} = \mathbf{0}, \qquad \forall \delta \mathbf{e}$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{e}} = \mathbf{q}_{e,s} + \mathbf{q}_{e,b} - \mathbf{q}_i$$