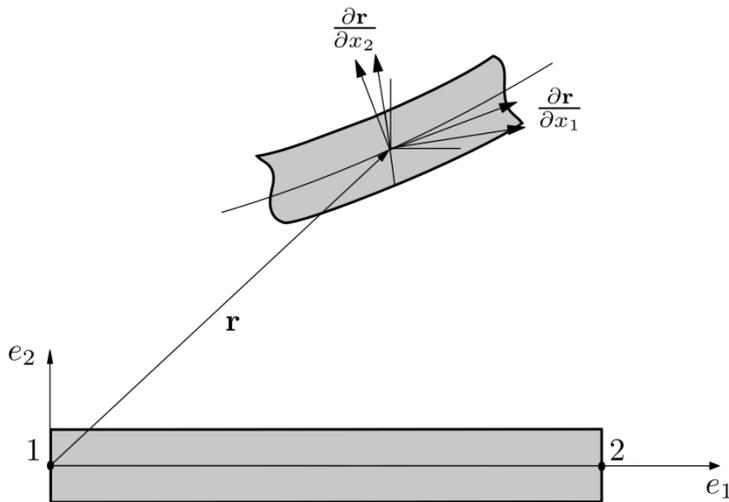


ANCF: Ansatzfunktionen eines 2D-Balkenelements

Darstellung des Positionsvektors mit dem Polynom

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{P}_2 \mathbf{a}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_1 x_2 + a_4 x_1^2 + a_5 x_1^3 \\ b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_1 x_2 + b_4 x_1^2 + b_5 x_1^3 \end{bmatrix}$$



Ziel: Trennung der Variablen, d.h. darstellen des Positionsvektor als ein Produkt von ortsabhängigen Formfunktionen und zeitabhängigen Variablen:

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{S}(\mathbf{x})\mathbf{e}(t)$$

Transformation der Polynomkoeffizienten $\mathbf{a}(t)$ auf die Knotenkoordinaten $\mathbf{e}(t) = \mathbf{B}_p \mathbf{a}(t)$

Bedingungen am Knoten 1, $\mathbf{x} = [0 \ 0]^T$:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_{,1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial x_1} \\ \frac{\partial r_2}{\partial x_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_3 \\ e_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_{,2} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial r_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_5 \\ e_6 \end{bmatrix}$$

Bedingungen am Knoten 2, $\mathbf{x} = [1 \ 0]^T$:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} e_7 \\ e_8 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_{,1} = \begin{bmatrix} e_9 \\ e_{10} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_{,2} = \begin{bmatrix} e_{11} \\ e_{12} \end{bmatrix}$$

Aus den Bedingungen an den Knoten 1 und 2 folgt:

$$\mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & l^2 & l^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & l & 0 & 0 & l^2 & l^3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2l & 3l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2l & 3l^2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Mit der Transformationsmatrix \mathbf{B}_p und den dimensionslosen Koordinaten $\xi = x_1/l$ und $\eta = x_2/l$ ergibt sich die Matrix der Formfunktionen:

$$S(\mathbf{x}) = P(\mathbf{x})\mathbf{B}_p^{-1}$$

$$S = [s_1E \quad s_2E \quad s_3E \quad s_4E \quad s_5E \quad s_6E], \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

wobei

$$s_1 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3, \quad s_2 = l(\xi - 2\xi^2 + \xi^3), \quad s_3 = l(\eta - \eta\xi),$$

$$s_4 = 3\xi^2 - 2\xi^3, \quad s_5 = l(-\xi^2 + \xi^3), \quad s_6 = l\eta\xi$$

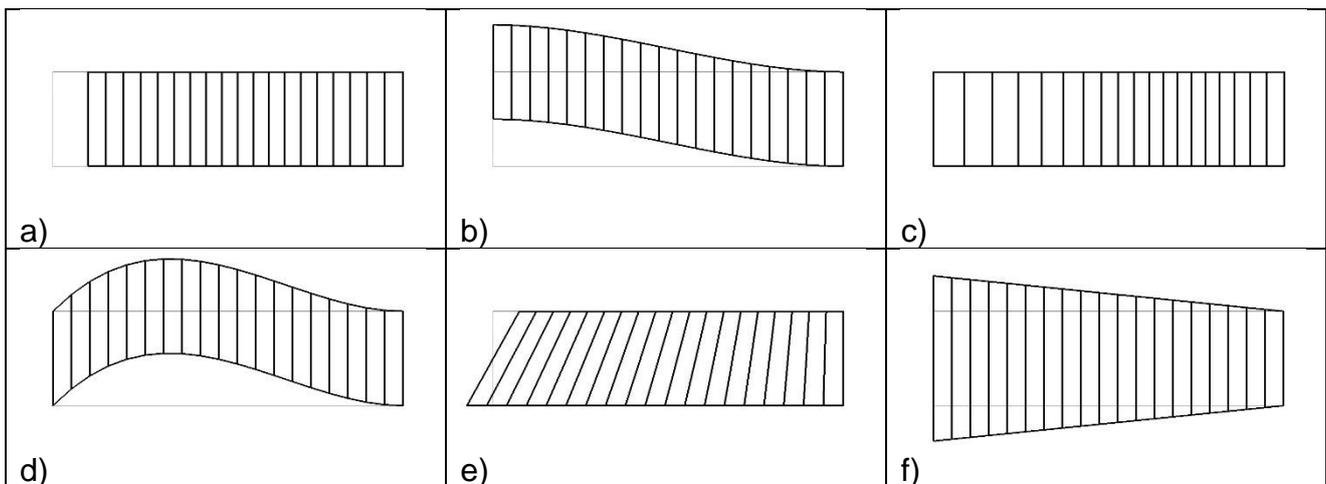


Abb.1: Die Abbildungen a) bis f) zeigen die Verschiebungsfelder bei Auslenkung der Knotenkoordinaten e_1 bis e_6 .