MKS mit verallgemeinerten Geschwindigkeiten

Die verallgemeinerten Geschwindigkeiten $\mathbf{z}$ legen die Ableitung der verallgemeinerten Koordinaten $\mathbf{y}$ eindeutig fest.

Kinematik – Dgl.

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{v}(t, \mathbf{y}, \mathbf{z});\ y \in \mathbb{R}^f$$

Beschreibung der Kinematik

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{J}_{Ti}^T \cdot \dot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}_i(t, \mathbf{y}, \mathbf{z})$$

$$\boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{J}_{Ri}^T \cdot \dot{\mathbf{y}} + \bar{\boldsymbol{\omega}}_i = \boldsymbol{\omega}_i(t, \mathbf{y}, \mathbf{z})$$

$$\mathbf{a}_i = \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial \mathbf{z}} \cdot \dot{\mathbf{z}} + \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial \mathbf{y}} \cdot \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial t} = \mathbf{L}_{Ti} \cdot \dot{\mathbf{z}} + \bar{\mathbf{a}}_i(t, \mathbf{y}, \mathbf{z})$$

$$\boldsymbol{\alpha}_i = \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_i}{\partial \mathbf{z}} \cdot \dot{\mathbf{z}} + \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_i}{\partial \mathbf{y}} \cdot \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_i}{\partial t} = \mathbf{L}_{Ri} \cdot \dot{\mathbf{z}} + \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i(t, \mathbf{y}, \mathbf{z})$$

Virtuelle Verrückungen

$$\delta' \mathbf{v}_i = \frac{\partial \mathbf{v}_i}{\partial \mathbf{z}} \cdot \delta' \mathbf{z} = \mathbf{L}_{Ti}(t, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \cdot \delta' \mathbf{z}$$

$$\delta' \boldsymbol{\omega}_i = \frac{\partial \boldsymbol{\omega}_i}{\partial \mathbf{z}} \cdot \delta' \mathbf{z} = \mathbf{L}_{Ri}(t, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \cdot \delta' \mathbf{z}$$

Jourdainsche Prinzip

$$\delta' \mathbf{z}^T \sum_{i=1}^{p} \left[\mathbf{L}_{Li}^T \cdot (m_i \mathbf{L}_{Ti} \cdot \dot{\mathbf{z}} + m_i \bar{\mathbf{a}}_i - \mathbf{f}_i^e) + \mathbf{L}_{Ri}^T \cdot (\mathbf{I}_i \cdot \mathbf{L}_{Ri} \cdot \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{I}_i \cdot \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i \cdot \mathbf{I}_i \cdot \boldsymbol{\omega}_i - \mathbf{l}_i^e) \right] = 0\ ,\ \forall \delta' \mathbf{z}$$

Mit Satz 2.1 ergibt sich

Kinetik – Dgl.

$$\mathbf{M}(t, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \cdot \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{k}(t, \mathbf{y}, \mathbf{z}) = \mathbf{q}(t, \mathbf{y}, \mathbf{z})$$

$\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{g \times g}$: Massenmatrix,

$\mathbf{k} \in \mathbb{R}^g$: Vektor der verallg. Kreisel-, Zentrifugal- und Corioliskräfte

$\mathbf{q} \in \mathbb{R}^g$: Vektor der verallg. Kräfte

Kinematik- und Kinetikdifferentialgleichung bilden zusammen die Zustandsgleichung der Bewegung. Die Anfangsbedingungen $\mathbf{y}(t_0, \mathbf{z}(t_0))$ sind beliebig.