Diskretisierung der Kinematik

Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung eines Punktes P in diskretisierter Form

$$\mathbf{r}_{\text{IP}} = \mathbf{r}_{\text{IR}} + \mathbf{R}_{\text{RP}} + \mathbf{\Phi}_{\text{P}} \cdot \mathbf{q}$$

$$\mathbf{v}_{\mathrm{IP}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E} & -\tilde{\mathbf{r}}_{\mathrm{RP}} & \mathbf{\Phi}_{\mathrm{P}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{\mathrm{DP}}^{\mathrm{t}}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{\mathrm{IR}} \\ \mathbf{\omega}_{\mathrm{IR}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_{\text{IP}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E} & -\tilde{\mathbf{r}}_{\text{RP}} & \mathbf{\Phi}_{\text{P}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{\text{RP}}^{\text{t}}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\text{IR}} \\ \boldsymbol{\alpha}_{\text{IR}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{C}_{\text{IR}}^{\text{t}}} + \underbrace{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{IR}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{IR}} \cdot \mathbf{r}_{\text{RP}}}_{\mathbf{C}_{\text{RP}}} + 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{IR}} \cdot \dot{\mathbf{r}}_{\text{RP}}$$

Verdrehung, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung eines am Punkt P fixierten Koordinatensystems

$$\mathbf{S}_{\mathrm{IP}} = \mathbf{S}_{\mathrm{IR}} \cdot \left(\widehat{\mathbf{S}}_{\mathrm{RP}} \cdot \left(\mathbf{E} + (\widecheck{\mathbf{\Psi}_{\mathrm{P}} \cdot \mathbf{q}}) \right) \right)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{IP}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & E & \boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{P}} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{T}_{\mathrm{PD}}^{\mathrm{r}}} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{v}_{\mathrm{IR}} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{IR}} \\ \dot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix}$$

$$\alpha_{\text{IP}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{E} & \boldsymbol{\Psi}_{P} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{T}_{RP}^{r}} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}_{\text{IR}} \\ \boldsymbol{\alpha}_{\text{IR}} \\ \ddot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix} + \underbrace{\widetilde{\boldsymbol{\omega}}_{\text{IR}} \cdot \boldsymbol{\omega}_{\text{RP}}}_{\boldsymbol{\varsigma}_{RP}^{r}}$$

Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung jedes einzelnen Punkts eines freien elastischen Körpers kann eindeutig mit folgenden Variablen beschrieben werden:

$$\mathbf{z}_{\mathrm{I}} = \begin{bmatrix} r_{\mathrm{IR}} \\ \boldsymbol{\beta}_{\mathrm{IR}} \\ \boldsymbol{q} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{z}_{\mathrm{II}} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{\mathrm{IR}} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{IR}} \\ \dot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{z}_{\mathrm{III}} = \begin{bmatrix} a_{\mathrm{IR}} \\ \boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{IR}} \\ \ddot{\boldsymbol{q}} \end{bmatrix}$$