Diskretisierung der Kinematik

Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung eines Punktes P in diskretisierter Form

$$\mathbf{r}_{\mathrm{IP}} = \mathbf{r}_{\mathrm{IR}} + \mathbf{R}_{\mathrm{RP}} + \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{P}} \cdot \mathbf{q}$$

$$\mathbf{v}_{\mathrm{IP}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E} & -\tilde{\mathbf{r}}_{\mathrm{RP}} & \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{P}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}^{\mathrm{t}}_{\mathrm{RP}}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{\mathrm{IR}} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{IR}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{a}_{\mathrm{IP}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{E} & -\tilde{\mathbf{r}}_{\mathrm{RP}} & \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{P}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}^{\mathrm{t}}_{\mathrm{RP}}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\mathrm{IR}} \\ \boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{IR}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \underbrace{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{IR}} \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{IR}} \cdot \mathbf{r}_{\mathrm{RP}} + 2\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{IR}} \cdot \dot{\mathbf{r}}_{\mathrm{RP}}}_{\boldsymbol{\varsigma}^{\mathrm{t}}_{\mathrm{RP}}}$$

Verdrehung, Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung eines am Punkt P fixierten Koordinatensystems

$$\mathbf{S}_{\mathrm{IP}} = \mathbf{S}_{\mathrm{IR}} \cdot \left(\hat{\mathbf{S}}_{\mathrm{RP}} \cdot \left(\mathbf{E} + (\widetilde{\boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{P}} \cdot \mathbf{q}})\right)\right)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{IP}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} & \boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{P}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}^{\mathrm{r}}_{\mathrm{RP}}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{\mathrm{IR}} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{IR}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{IP}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} & \boldsymbol{\Psi}_{\mathrm{P}} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}^{\mathrm{r}}_{\mathrm{RP}}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\mathrm{IR}} \\ \boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{IR}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} + \underbrace{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_{\mathrm{IR}} \cdot \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{RP}}}_{\boldsymbol{\varsigma}^{\mathrm{r}}_{\mathrm{RP}}}$$

Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung jedes einzelnen Punkts eines freien elastischen Körpers kann eindeutig mit folgenden Variablen beschrieben werden:

$$\mathbf{z}_{\mathrm{I}} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_{\mathrm{IR}} \\ \boldsymbol{\beta}_{\mathrm{IR}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{z}_{\mathrm{II}} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{\mathrm{IR}} \\ \boldsymbol{\omega}_{\mathrm{IR}} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{z}_{\mathrm{III}} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{\mathrm{IR}} \\ \boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{IR}} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix}$$