



Mögliche FE-Problemstellungen

Statik

Lösen des linearen Gleichungssystems

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{F} \quad \mathbf{q} = \mathbb{R}^f$$

f : Knotenfreiheitsgrade

→ Verschiebung, Dehnungen, Spannungen

Modalanalyse

Homogenes Problem $\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{0}$

Lösungsansatz: $\mathbf{q} = \hat{\mathbf{q}} \cdot e^{i\omega t}, \quad \ddot{\mathbf{q}} = -\hat{\mathbf{q}} \cdot \omega^2 \cdot e^{i\omega t}$

→ Eigenwertproblem (EWP) $(\mathbf{K} - \omega^2 \cdot \mathbf{M}) \cdot \hat{\mathbf{q}} \cdot e^{i\omega t} = \mathbf{0}$

Hat nur dann eine nichttriviale Lösung, wenn

$$\det(\mathbf{K} - \omega^2 \cdot \mathbf{M}) = 0.$$

→ $\omega_i^2; i = 1 \dots f$ ω_i^2 : Eigenwerte
 ω_i : Eigenkreisfrequenz

Zu ω_i^2 gehört jeweils ein Eigenvektor Φ_i . Diese Φ_i werden in der FEM meistens normiert, dass mit $\Phi = [\Phi_1 \dots \Phi_f]$ gilt

$$\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi = \mathbf{E}$$

$$\Phi^T \cdot \mathbf{K} \cdot \Phi = \Omega^2; \quad \Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \omega_f^2 \end{bmatrix}.$$

Die Lösung des EWP folgt nicht über die Lösung des charakteristischen Polynoms sondern z.B. mit einer Vektoriteration.

Dynamikanalyse

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{F}, \quad \mathbf{q}(t_0) = \mathbf{q}_0, \quad \dot{\mathbf{q}}(t_0) = \dot{\mathbf{q}}_0$$

Lösen des Anfangswertproblems mit numerischen Verfahren. Bei der FEM kommen oft Newmark-Verfahren zum Einsatz. Im Gegensatz zu den bei MKS verwendeten Ein- und Mehrschrittverfahren erfolgt hier kein Übergang in den Zustandsraum.