Virtuelle Verrückungen

Virtuelle Verschiebungen und Verdrehungen sind gedachte, infinitesimale mit den Bindungen verträgliche Lageänderungen (Variation) bei festgehaltener Zeit:

$$\delta t = 0, \qquad \delta \mathbf{r}_i \neq \mathbf{0}, \qquad \delta \mathbf{s}_i \neq \mathbf{0}, \qquad \delta \mathbf{v}_i = \delta \boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{0}$$

Die Rechenregeln des δ-Operators entsprechen denen des Differentialoperators bei festgehaltener Zeit t:

$$\delta(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \delta\mathbf{x} + \delta\mathbf{y}$$

$$\delta(c\,\mathbf{x}) = c\,\delta\mathbf{x}, \qquad c = \text{const.}$$

$$\delta\mathbf{r}(\mathbf{y}) = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{y}} \cdot \delta\mathbf{y}$$

Satz 2.1: Unabhängige Variation

Es seien $\mathbf{c}, \delta\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$

Dann gilt $\mathbf{c} \cdot \delta\mathbf{y} = 0 \quad \forall\, \delta\mathbf{y} \;\Leftrightarrow\; \mathbf{c} = \mathbf{0}$

Beweis:

Satz 2.2: Abhängige Variation (Lagrange Multiplikatoren)

Es seien $\mathbf{c}, \delta\mathbf{y} \in \mathbb{R}^{\mathrm{n}}$ und $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{\mathrm{m}\times\mathrm{n}}$

Falls $\mathbf{c} \cdot \delta\mathbf{y} = 0 \;\; \forall\, \delta\mathbf{y} : \mathbf{A} \cdot \delta\mathbf{y} = \mathbf{0}$

$\Rightarrow \exists \boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^{\mathrm{m}}, \;\; (\mathbf{c} - \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{A}) \cdot \delta\mathbf{y} = 0 \;\; \forall\, \delta\mathbf{y}$

Beweis: