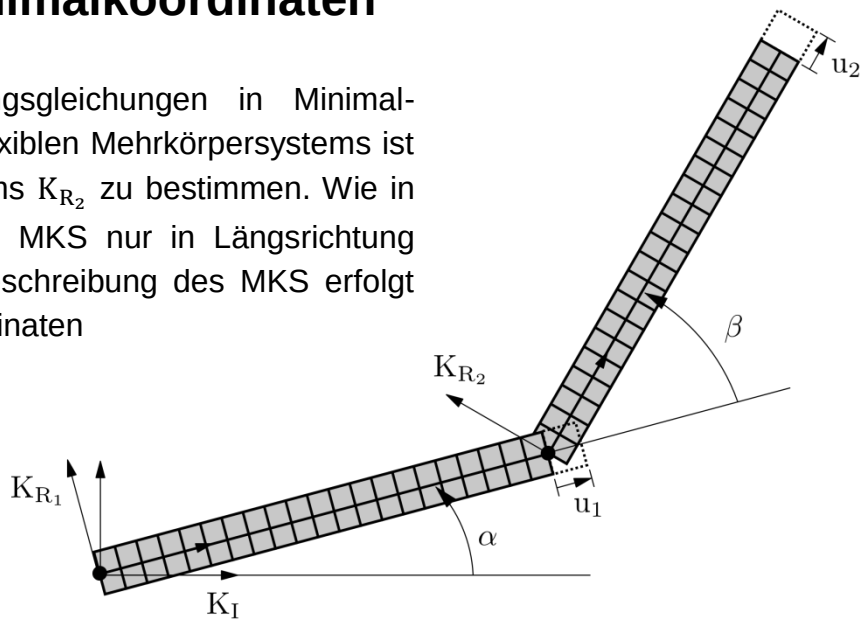
# Kinematik eines Referenzsystems in Minimalkoordinaten

Zur Bestimmung der Bewegungsgleichungen in Minimalkoordinaten des dargestellten Flexiblen Mehrkörpersystems ist die Kinematik des Referenzsystems $\mathrm{K}_{\mathrm{R}_2}$ zu bestimmen. Wie in A7 erfahren hier die Körper des MKS nur in Längsrichtung elastische Deformationen. Die Beschreibung des MKS erfolgt durch die verallgemeinerten Koordinaten

$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_\mathrm{s} \\ \mathbf{y}_\mathrm{e} \end{bmatrix}$ mit

$\mathbf{y}_\mathrm{s} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$ und $\mathbf{y}_\mathrm{e} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^1 \\ \mathbf{q}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1^1 \\ q_2^1 \\ q_1^2 \\ q_2^2 \end{bmatrix}$




a) Geben Sie die Transformationsmatrizen an:

$$\mathbf{S}_{\mathrm{IR}_1} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_{\mathrm{R}_1\mathrm{R}_2} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_{\mathrm{IR}_2} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

b) Geben Sie den Ortsvektor des Punkts P im Inertialsystem $\mathrm{K_I}$ und im körperbezogenen Referenzsystem $\mathrm{K_{R_2}}$ an.

$$ {}^{\mathrm{I}}\mathbf{r}_{\mathrm{IP}} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix} $$

$$ {}^{\mathrm{R_2}}\mathbf{r}_{\mathrm{IP}} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix} $$

c) Wie lautet die Beschleunigung des Punkts $\mathrm{P}$ in $\mathrm{K_I}$ und $\mathrm{K_{R_2}}$?

$$ {}^{\mathrm{I}}\mathbf{a}_{\mathrm{IP}} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{q}_1^1 \\ \ddot{q}_2^1 \\ \ddot{q}_1^2 \\ \ddot{q}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix} $$

$${}^{R_2}\mathbf{a}_{IP} = _____$$

$$= \underbrace{\begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_{T_{R_2}}} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{q}_1^1 \\ \ddot{q}_2^1 \\ \ddot{q}_1^2 \\ \ddot{q}_2^2 \end{bmatrix}$$

$$+ \underbrace{\begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\beta}_{T_{R_2}}}$$

d) Geben Sie die absolute Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung des Koordinatensystems $K_{R_2}$ an.

$${}^{R_2}\boldsymbol{\omega}_{R_2} = \begin{bmatrix} & \\ & \\ & \end{bmatrix}$$

$$
{}^{R_2}\boldsymbol{\alpha}_{IP} = \underbrace{\begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}_{R_{R_2}}} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{q}_1^1 \\ \ddot{q}_2^1 \\ \ddot{q}_1^2 \\ \ddot{q}_2^2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\beta}_{R_{R_2}}}
$$

e) Wie lautet die Beziehung $\mathbf{z}_{III_{R_2}} = \mathbf{J}_{R_2} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\beta}_{R_2}$?

$$
\begin{bmatrix} {}^{R_2}\mathbf{a}_{IR_2} \\ {}^{R_2}\boldsymbol{\alpha}_{IR_2} \\ {}^{R_2}\ddot{\mathbf{q}}_{IR_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{q}_1^1 \\ \ddot{q}_2^1 \\ \ddot{q}_1^2 \\ \ddot{q}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{bmatrix}
$$