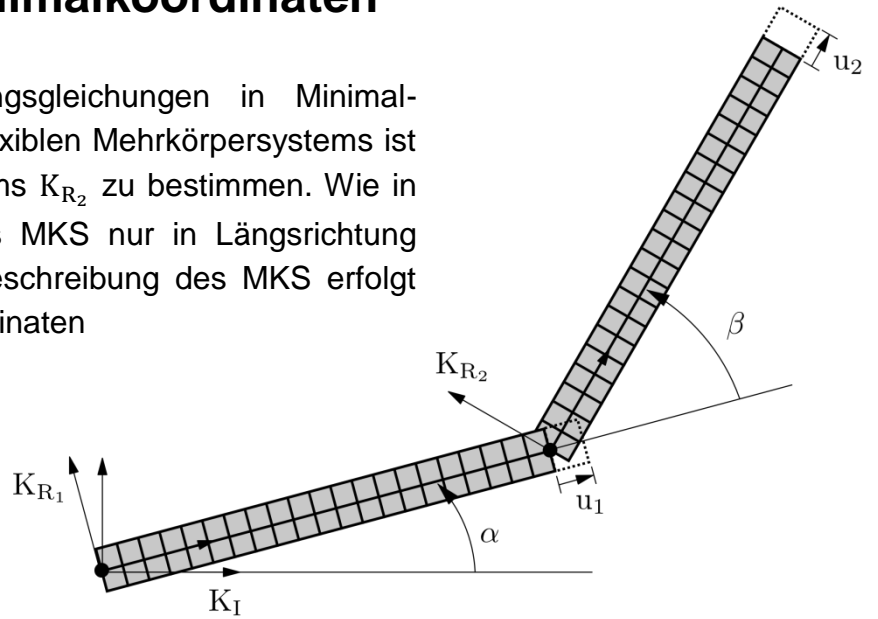


## Kinematik eines Referenzsystems in Minimalkoordinaten

Zur Bestimmung der Bewegungsgleichungen in Minimalkoordinaten des dargestellten Flexiblen Mehrkörpersystems ist die Kinematik des Referenzsystems  $K_{R_2}$  zu bestimmen. Wie in A7 erfahren hier die Körper des MKS nur in Längsrichtung elastische Deformationen. Die Beschreibung des MKS erfolgt durch die verallgemeinerten Koordinaten

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_s \\ \mathbf{y}_e \end{bmatrix} \text{ mit}$$

$$\mathbf{y}_s = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \text{ und } \mathbf{y}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{q}^1 \\ \mathbf{q}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1^1 \\ q_2^1 \\ q_1^2 \\ q_2^2 \end{bmatrix}$$



a) Geben Sie die Transformationsmatrizen an:

$$\mathbf{S}_{IR_1} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_{R_1R_2} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_{IR_2} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$



- b) Geben Sie den Ortsvektor des Punkts P im Inertialsystem  $K_I$  und im körperbezogenen Referenzsystem  $K_{R_2}$  an.

$${}^I \mathbf{r}_{IP} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

$${}^{R_2} \mathbf{r}_{IP} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

- c) Wie lautet die Beschleunigung des Punkts P in  $K_I$  und  $K_{R_2}$ ?

$${}^I \mathbf{a}_{IP} = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{q}_1^1 \\ \ddot{q}_1^2 \\ \ddot{q}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$



$${}_{R_2}\mathbf{a}_{IP} = \text{-----}$$

$$\begin{aligned} &= \underbrace{\left[ \begin{array}{c} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \right]}_{\mathbf{J}_{TR_2}} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{q}_1^1 \\ \ddot{q}_2^1 \\ \ddot{q}_1^2 \\ \ddot{q}_2^2 \end{bmatrix} \\ &+ \underbrace{\left[ \begin{array}{c} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \right]}_{\boldsymbol{\beta}_{TR_2}} \end{aligned}$$

d) Geben Sie die absolute Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung des Koordinatensystems  $K_{R_2}$  an.

$${}_{R_2}\boldsymbol{\omega}_{R_2} = \left[ \begin{array}{c} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{array} \right]$$



$${}^{R_2}\boldsymbol{\alpha}_{IP} = \underbrace{\left[ \begin{array}{c} \phantom{\ddot{\alpha}} \\ \phantom{\ddot{\beta}} \\ \phantom{\ddot{q}_1^1} \\ \phantom{\ddot{q}_1^2} \\ \phantom{\ddot{q}_2^1} \\ \phantom{\ddot{q}_2^2} \end{array} \right]}_{\mathbf{J}_{R_{R_2}}} \cdot \underbrace{\left[ \begin{array}{c} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{q}_1^1 \\ \ddot{q}_1^2 \\ \ddot{q}_2^1 \\ \ddot{q}_2^2 \end{array} \right]} + \underbrace{\left[ \begin{array}{c} \phantom{\ddot{\alpha}} \\ \phantom{\ddot{\beta}} \\ \phantom{\ddot{q}_1^1} \\ \phantom{\ddot{q}_1^2} \\ \phantom{\ddot{q}_2^1} \\ \phantom{\ddot{q}_2^2} \end{array} \right]}_{\boldsymbol{\beta}_{R_{R_2}}}$$

e) Wie lautet die Beziehung  $\mathbf{z}_{III_{R_2}} = \mathbf{J}_{R_2} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \boldsymbol{\beta}_{R_2}$ ?

$$\begin{bmatrix} {}^{R_2}\mathbf{a}_{IR_2} \\ {}^{R_2}\boldsymbol{\alpha}_{IR_2} \\ {}^{R_2}\ddot{\mathbf{q}}_{IR_2} \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c} \phantom{\ddot{\alpha}} \\ \phantom{\ddot{\beta}} \\ \phantom{\ddot{q}_1^1} \\ \phantom{\ddot{q}_1^2} \\ \phantom{\ddot{q}_2^1} \\ \phantom{\ddot{q}_2^2} \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{c} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\beta} \\ \ddot{q}_1^1 \\ \ddot{q}_1^2 \\ \ddot{q}_2^1 \\ \ddot{q}_2^2 \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \phantom{\ddot{\alpha}} \\ \phantom{\ddot{\beta}} \\ \phantom{\ddot{q}_1^1} \\ \phantom{\ddot{q}_1^2} \\ \phantom{\ddot{q}_2^1} \\ \phantom{\ddot{q}_2^2} \end{array} \right]$$