



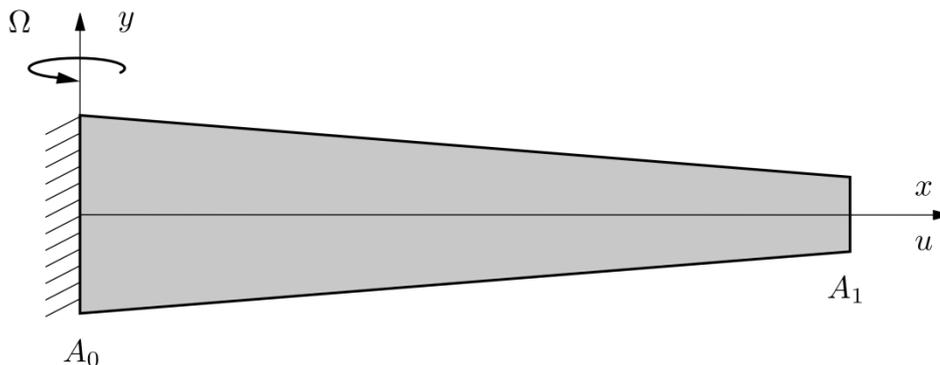
## Praktikum Technische Dynamik Stationäre Analyse eines Rotorblattes

\_\_\_\_\_  
(Name, Vorname)

	Korrektur

\_\_\_\_\_  
(Matrikel-Nummer)

Das Rotorblatt eines Helikopters der Länge  $L$  rotiert mit der Rotationsgeschwindigkeit  $\Omega$  um die  $y$ -Achse.



Das homogene Rotorblatt hat den Querschnitt  $A(x)$  der sich linear von  $A_0$  an der Einspannung bis auf  $A_1 = \frac{1}{2} A_0$  an der Spitze verkleinert  $A(x) = A_0 + (A_1 - A_0) \frac{x}{L}$ . Durch die Rotation um die  $y$ -Achse erfährt das Rotorblatt aus der Zentrifugalkraft eine axiale Streckenlast  $p(x) = \rho A(x) \Omega^2 x$ . Die gesamte potentielle Energie für dieses Problem beträgt  $\Pi = \frac{1}{2} \int_0^L EA(x) \varepsilon^2 dx - \int_0^L pu dx$ , wobei  $E$  der E-Modul und  $\varepsilon = \frac{du}{dx}$  die axiale Dehnung ist.

Unter Annahme eines quasi-statischen Zustandes lautet die exakte Lösung des Problems für die Verschiebung  $u(x)$

$$u(x) \frac{E}{\rho L^3 \Omega^2} = \frac{1}{3} \left( 2\eta + \frac{\eta^2}{2} - \frac{\eta^3}{3} + 2 \ln \left( 1 - \frac{\eta}{2} \right) \right),$$

und für die axiale Kraft  $F(x) = \varepsilon EA(x)$

$$\frac{F(x)}{\rho A_0 L^2 \Omega^2} = \frac{1}{3} - \frac{\eta^2}{2} + \frac{\eta^3}{6},$$

wobei  $\eta = \frac{x}{L}$ .

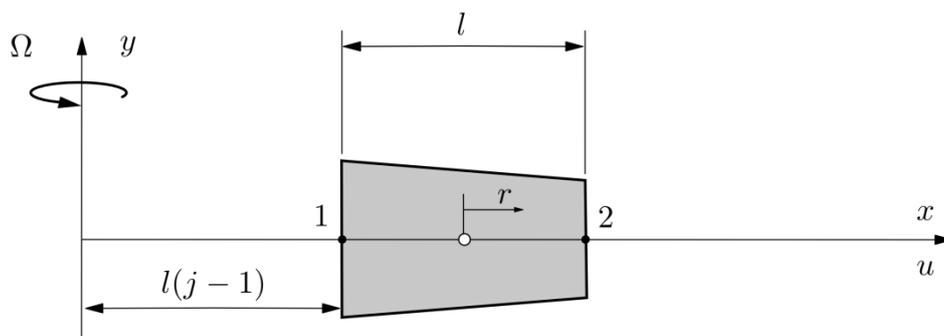


Mit Hilfe der Finiten-Elemente-Methode soll unter Verwendung der Symbolic Toolbox von Matlab eine Näherungslösung für das quasi-statische Verhalten des Rotorblattes gefunden werden. Dazu werden zwei-knotige Stabelemente mit linearen Ansatzfunktionen verwendet. Für das Verschiebungsfeld eines Elementes gilt

$$u(r) = n_1(r) q_1 + n_2(r) q_2,$$

wobei  $q_1, q_2$  die Knotenverschiebungen sind.

Die dimensionslose Positionsvariable entlang der Achse eines Elements ist  $r \in [-1, 1]$ . Die Formfunktionen lauten  $n_1(r) = \frac{1}{2}(1 - r)$  und  $n_2(r) = \frac{1}{2}(1 + r)$ . Die Umrechnung zwischen den lokalen und globalen Koordinaten des  $j$ -ten Elements ist durch die Beziehung  $x = l j + \frac{1}{2}l(r - 1)$ ,  $l = \frac{L}{n}$  gegeben.



a.) Bestimmen Sie die Verschiebung in einem Element in Abhängigkeit der Positionsvariable  $r$  und den Knotenkoordinaten  $q_1$  und  $q_2$  an.

$$u(r) = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

b.) Wir lautet die Dehnung im Element? (Kettenregel beachten!)

$$\varepsilon = \frac{\partial u(r(x))}{\partial r} \frac{dr}{dx} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$



c.) Bestimmen Sie die Elementsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}^j$  für das j-te Elemente.

$$\mathbf{K}^j = \int_V \dots dV = \int_{-1}^1 \dots dr$$

$$= \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

d.) Bestimmen Sie den Vektor der eingepprägten Kräfte  $\mathbf{f}^j$  für das j-te Element.

$$\mathbf{f}^j = \int_{l(j-1)}^{l(j)} \dots dx = \int_{-1}^1 \dots dr$$

$$= \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix}$$

e.) Geben Sie die Randbedingung am ersten Knoten für das FE Modell des Rotorblattes an.

$$q_1 = \dots$$

f.) Bestimmen Sie die FE-Gleichungssysteme für das Rotorblatt bei Diskretisierungen von 1 bis 10 Elementen und führen Sie für alle 10 Diskretisierungen folgende Auswertungen durch (nutzen Sie normierte Größen, z.B.  $\frac{x}{L}$ ,  $u \frac{E}{\rho L^3 \Omega^2}$ ,  $F \frac{1}{\dots}$ ):

- Stellen Sie die axiale Verschiebung der exakten Lösung und aller FE-Lösungen dar.
- Stellen Sie die axiale Kraft der exakten Lösung und aller FE-Lösungen dar.
- Tragen Sie die Verschiebung der Spitze des Rotorblattes über der Anzahl der verwendeten Elemente auf. (Verwenden Sie das Verhältnis zur Referenzlösung)
- Tragen Sie die axiale Kraft an der Einspannung über der Anzahl der verwendeten Elemente auf. (Verwenden Sie das Verhältnis zur Referenzlösung)
- Was fällt auf?