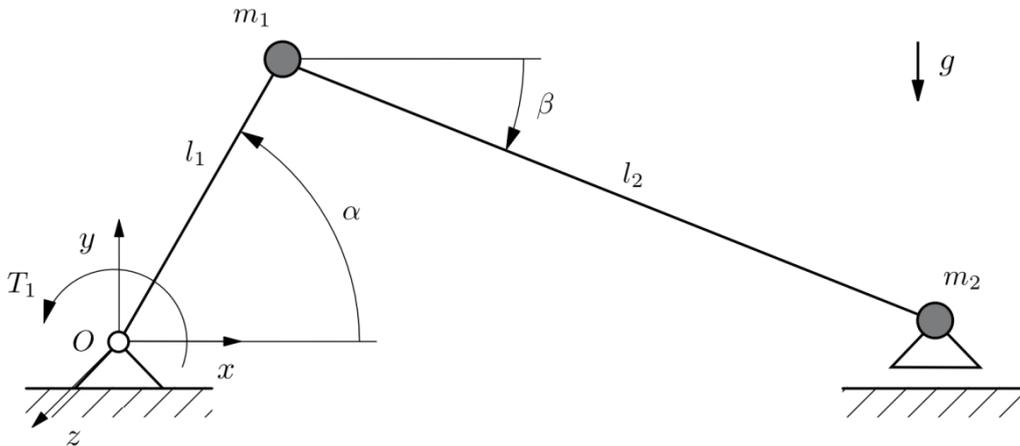


Mehrkörpersystem mit kinematischer Schleife

Das skizzierte ebene Schubkurbelgetriebe ist ein typisches Beispiel für ein Mehrkörpersystem mit Schleifenstruktur. Das Schubkurbelgetriebe besteht aus zwei Punktmassen m_i , mit $i = 1, 2$ und zwei masselosen Verbindungsstangen der Länge l_i .



Zur Bestimmung der Bewegungsgleichungen kann z.B. das Schubgelenk geschnitten werden. Für den entstehenden Baum ergeben sich folgende Bewegungsgleichungen

$$\mathbf{M}^b \cdot \ddot{\mathbf{y}}^b + \mathbf{k}^b = \mathbf{q}^b$$

mit

$$\mathbf{y}^b = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M}^b = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2)l_1^2 & -m_2 l_1 l_2 \cos(\alpha + \beta) \\ -m_2 l_1 l_2 \cos(\alpha + \beta) & m_2 l_2^2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{k}^b = \begin{bmatrix} m_2 l_1 l_2 \dot{\beta}^2 \sin(\alpha + \beta) \\ m_2 l_1 l_2 \dot{\alpha}^2 \sin(\alpha + \beta) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}^b = \begin{bmatrix} -(m_1 + m_2)g l_1 \cos \alpha \\ m_2 g l_2 \cos \beta \end{bmatrix}.$$

- Bestimmen Sie die Schleifenschließbedingung und deren Variation.
- Bestimmen Sie die differential-algebraische Bewegungsgleichungen mit den dazugehörigen Nebenbedingungen.
- Das Schubkurbelgetriebe kann durch die unabhängige Koordinate α beschrieben werden. Welche Bedingung muss dabei für β gelten? Führen Sie eine Koordinatenzerlegung durch und bestimmen Sie die daraus resultierende Bewegungsgleichung.
- Simulieren Sie mit Matlab das Schubkurbelgetriebe für $m_1 = 1.0$, $m_2 = 1.0$, $l_1 = 0.3$, $l_2 = 1.0$, $g = 9.81$, $t \in [0, 2]$ s, $\alpha_0 = 0.1$ rad, $\dot{\alpha}_0 = 0.1$ rad/s.