Longitudinalbewegungen

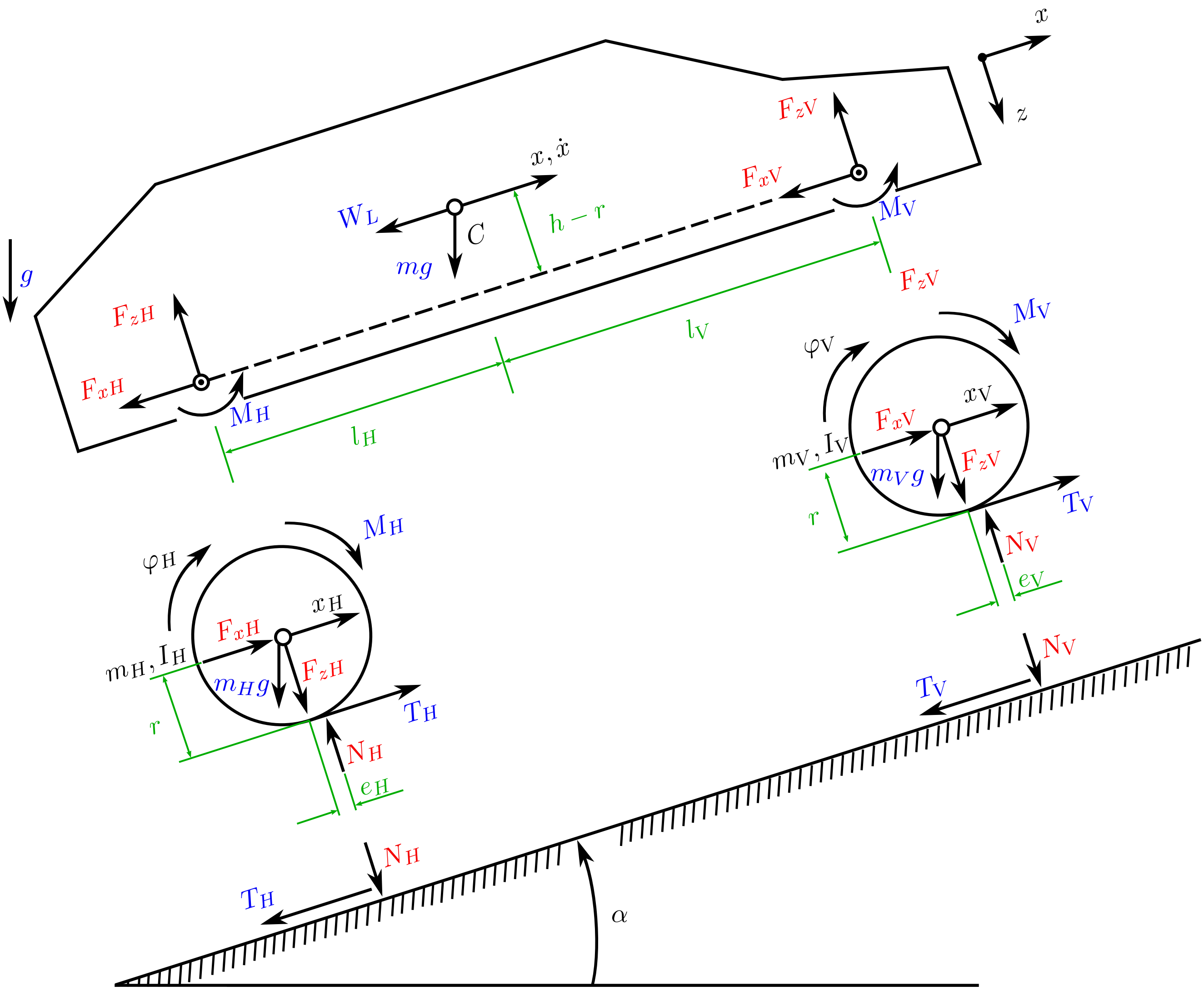


Abbildung 1: Fahrzeugmodell

Annahmen

- A1: keine Vertikalbewegungen
- A2: kein Nicken
- A3: kein Schlupf

Grundgleichungen

Aufbau

$$
\begin{aligned}
m\ddot{x} &= -mg\sin(\alpha) - W_L - F_{xH} - F_{xV} && (1)\\
A1: \quad 0 &= mg\cos(\alpha) - F_{zV} - F_{zH} && (2)\\
A2: \quad 0 &= M_V + M_H - (h-r)(F_{xV} + F_{xH}) + l_V F_{zV} - l_H F_{zH} && (3)
\end{aligned}
$$

Vorderachse

$$
\begin{aligned}
m_V\ddot{x} &= -m_V g\sin(\alpha) + F_{xV} + T_V && (4)\\
0 &= F_{zV} - N_V + m_V g\cos(\alpha) && (5)\\
I_V\ddot{\varphi}_V &= M_V - rT_V - e_V N_V && (6)
\end{aligned}
$$

Hinterachse

$$
\begin{aligned}
m_H\ddot{x} &= -m_H g\sin(\alpha) + F_{xH} + T_H && (7)\\
0 &= F_{zH} - N_H + m_H g\cos(\alpha) && (8)\\
I_H\ddot{\varphi}_H &= M_H - rT_H - e_H N_H && (9)
\end{aligned}
$$

Daraus folgt durch Elimination der Reaktionen

$$
\begin{aligned}
(m_V + \frac{I_V}{r^2})\ddot{x} &= -m_V g\sin(\alpha) + F_{xV} - \frac{1}{r}M_V - W_{RV} && (10)\\
(m_H + \frac{I_H}{r^2})\ddot{x} &= -m_H g\sin(\alpha) + F_{xH} - \frac{1}{r}M_H - W_{RH} && (11)
\end{aligned}
$$

Aus Gleichungen (10) und (11) folgt mit Gleichung (1)

$$
\boxed{\left(m + m_V + m_H + \frac{I_V + I_H}{r^2}\right)\ddot{x} = \frac{M_V + M_H}{r} - W_L - W_R - (m + m_V + m_H)g\sin(\alpha)}
$$

Grundgleichung der Longitudinalbewegung

Darin sind

- Rollwiderstand $W_R = \frac{e_V}{r}N_V + \frac{e_H}{r}N_H$
- Windwiderstand $W_L \approx c_W A p_L$, mit
  Staudruck $p_L = \frac{1}{2}\rho\dot{x}^2$, Windwiderstandsbeiwert c_W, Bezugsfläche A, Staudruck p_L und Dichte ρ
- Brems- oder Beschleunigungsmomente $M_{V,H}$
  - Bremsmoment $M_{V,H}(t)$
  - Beschleunigungsmoment $M_{V,H} = i\eta M_{\mathrm{Mot}}(\omega_{\mathrm{Mot}}) = i\eta M_{\mathrm{Mot}}(\dot{x}, i)$, wobei
    Getriebegesamtübersetzung i, Getriebegesamtwirkungsgrad η und Motormoment M_{Mot}

Fahrleistungen

Steigfähigkeit

Bei Vernachlässigung von Wind- und Rollwiderstand und bei kleinen Geschwindigkeiten gilt mit $W_R, W_L \ll (m + m_V + m_H)g\sin(\alpha)$ und $\ddot{x} = 0$

$$\frac{1}{r} i_{\text{Gang1}} \eta M_{\text{Mot,max}} = (m + m_V + m_H) g \sin(\alpha_{\max}) \tag{12}$$

und damit

$$\alpha_{\max} = \arcsin\left(\frac{i_{\text{Gang1}} \eta M_{\text{Mot,max}}}{r(m + m_V + m_H)g}\right) \tag{13}$$

Höchstgeschwindigkeit

Für die Höchstgeschwindigkeit auf ebener Strecke gilt mit $\alpha = 0$, $\ddot{x} = 0$ und $W_R \ll W_L$

$$\frac{M_V + M_H}{r} = \frac{1}{r} i \eta M_{\text{Mot}}(\dot{x}, i) = W_L(\dot{x}^2)$$

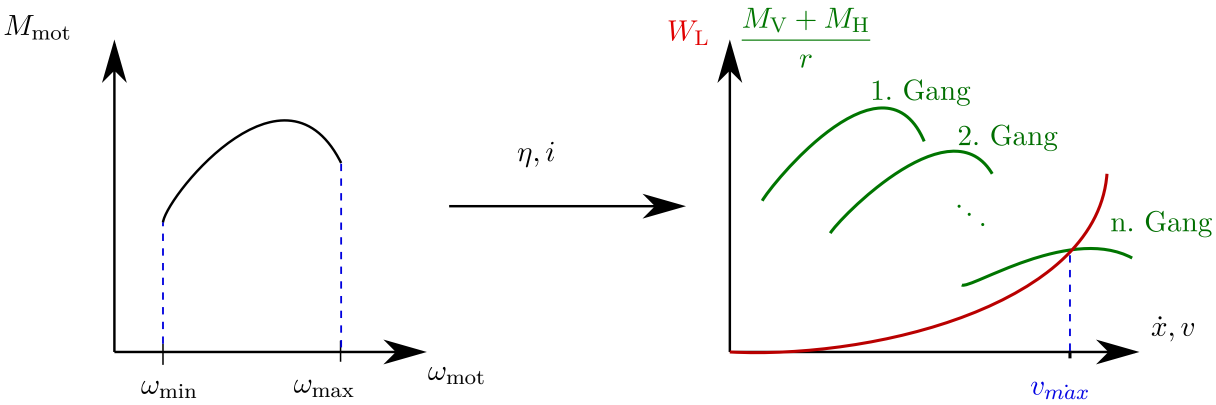


Abbildung 2: Zugkraftdiagramm

Bremsen

Für den Bremsvorgang auf ebener Strecke und mit Vernachlässigung von Wind- und Rollwiderstand gilt mit $\alpha = 0$ und $W_R \ll (M_V + M_H)/r, W_L \ll (M_V + M_H)/r$

$$(m + m_H + m_V + \frac{I_V + I_H}{r^2})\ddot{x} = \frac{M_V(t) + M_H(t)}{r}. \tag{14}$$

Mit

$$m_V + m_H + \frac{I_V + I_H}{r^2} \ll m \tag{15}$$

folgt

$$m\ddot{x}_{\text{Brems}} = -m\ddot{x} = -\frac{M_V + M_H}{r} = -(T_V + T_H) \tag{16}$$

Die maximalen Longitudinalkräfte berechnen sich zu

$$T_{V,\text{max}} + T_{H,\text{max}} = \bar{\varphi}_{\text{max}}(N_V + N_H) \tag{17}$$

wobei

$$N_V + N_H = mg. \tag{18}$$

Daraus folgt

1. Die maximale Verzögerung hängt nur vom maximalen Kraftschlussbeiwert $\bar{\varphi}_{\text{max}}$ ab. Sie ist unabhängig von der Fahrzeugmasse m und auch unabhängig von der dynamischen Normalkraftverteilung, siehe 3.

2. Aus Gleichungen (6) und (9) folgen die Normalkräfte an der Vorder- und Hinterachse zu

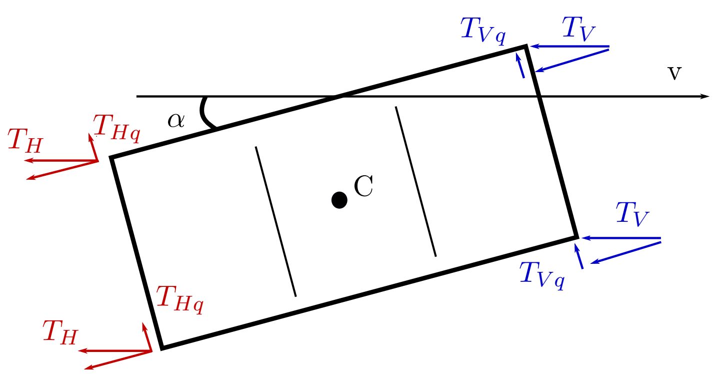
$$\begin{aligned} N_V &= \frac{l_H}{l_V + l_H} mg + mg\frac{h}{l_V + l_H}\frac{\ddot{x}_{\text{Brems}}}{g} \\ N_H &= \frac{l_V}{l_V + l_H} mg - mg\frac{h}{l_V + l_H}\frac{\ddot{x}_{\text{Brems}}}{g}. \end{aligned}$$

   Diese setzen sich aus einem statischen und einem dynamischen Anteil zusammen

$$\begin{aligned} N_{\text{stat}} &= \frac{l_H}{l_V + l_H} mg \\ N_{\text{dyn}} &= \frac{h}{l_V + l_H} mg\frac{\ddot{x}_{\text{Brems}}}{g}. \end{aligned}$$

   Damit wächst die Normalkraft an der Vorderachse beim Bremsen an, an der Hinterachse verringert sie sich. Die Zunahme bzw. Abnahme ist um so größer je höher der Schwerpunkt des Fahrzeugs ist, und um so größer je höher die Bremsverzögerung ist.

3. Für die maximale Verzögerung spielt die Normalkraftverteilung keine Rolle, für die Bremsstabilität jedoch schon.



   Für das Momentengleichgewicht gilt

$$2T_V \sin(\alpha) l_V = 2T_H \sin(\alpha) l_H \tag{19}$$

Es ergeben sich zwei Fälle

a) $l_H T_H > l_V T_V$
Gesamtmoment um die Hochachse wirkt der Störung entgegen. Es stellt sich ein stabiler Zustand ein

b) $l_H T_H < l_V T_V$
Gesamtmoment um die Hochachse wirkt in Richtung der Störung und vergrößert sie. Es stellt sich ein instabiler Zustand ein