

Anleitung

PROGRAMMSYSTEM NEWEUL

INSTITUT B FÜR MECHANIK
Prof. Dr.–Ing. W. Schiehlen
Universität Stuttgart
Pfaffenwaldring 9
70550 Stuttgart

1	Einleitung	6
2	Theoretische Grundlagen	7
2.1	Modellbildung	7
2.2	Erstellen der Newton–Euler–Gleichungen	8
2.2.1	Newton–Euler–Gleichungen	8
2.2.2	Verallgemeinerte Koordinaten	8
2.2.3	Geschwindigkeiten und Jacobimatrizen	9
2.2.4	Aufteilung der Beschleunigungen	9
2.2.5	Newton–Euler–Gleichungen in verallgemeinerten Koordinaten ..	10
2.2.6	Nichtholonome Bindungen	10
2.2.7	Newton–Euler–Gleichungen für allgemeine Systeme	11
2.3	Reduktion der Newton–Euler–Gleichungen	12
2.3.1	Bewegungsgleichungen	12
2.3.2	Linearisierung	13
2.3.3	Reaktionsgleichungen	13
2.3.3.1	Beschreibung der Lager	14
2.3.3.2	Lagerreaktionen	15
2.4	Ausnutzung der Relativkinematik	16
2.4.1	Formeln der Relativkinematik	16
2.4.2	Betrachtungen zum Arbeitsaufwand bei Berücksichtigung der Relativkinematik	17
3	Systematische Beschreibung der Kinematik von Mehrkörpersystemen	19
3.1	Verfügbare Elemente	19
3.2	Kinematische Beschreibung der Elemente	20
3.3	Relativbeschreibung	20
3.3.1	Rotation	20
3.3.2	Translation	21
3.4	Aufbau des Gesamtsystems	22
3.4.1	Konstruktiver Aufbau	23
3.4.1.1	Vorgehensweise	23
3.4.1.2	Schleifenbehandlung	24
3.4.2	Modularer Aufbau	24
3.4.2.1	Beschreibung eines Systemblocks	24
3.4.2.2	Zusammenfügen der Blöcke	26
3.4.2.3	Behandlung der doppelt beschriebenen Elemente	27
3.4.2.4	Schleifenbehandlung	28
3.4.3	Vergleich der Methoden	28

4 Beschreibung der kinetischen Größen	29
4.1 Masse und Trägheitstensor	29
4.2 Berechnung der eingepprägten Kräfte und Momente	29
4.2.1 Eingepprägte Kräfte und Momente auf die Starrkörper	30
4.2.2 Gewichtskräfte	30
4.2.3 Kopppelemente	30
4.2.4 Knotenpunkte	31
5 Besondere Möglichkeiten des Programmsystems	33
5.1 Rechnen mit Gleitkommazahlen	33
5.1.1 Problematik beim Rechnen mit Gleitkommazahlen	33
5.1.2 Eingabe von Gleitkommazahlen	34
5.1.3 Numerische Größen	34
5.1.4 Ausgabe von Gleitkommazahlen	35
5.2 Komprimierung der Bewegungsgleichungen	35
5.2.1 Vorgehensweise	35
5.2.2 Einfache Komprimierung	35
5.2.3 Rekursive Komprimierung	36
5.2.4 Komprimierungsstufen	37
5.3 Bindungsgleichungen kinematischer Schleifen	37
5.3.1 Aufbau der Bindungsgleichungen	38
5.3.2 Ableitungen der Hilfsvariablen	38
6 Aufbau des Eingabefiles	40
6.1 Der Programmablauf	40
6.2 Erstellen des Eingabefiles TAPE08	41
6.3 Eingabedaten	42
6.3.1 Allgemeine Angaben	42
6.3.1.1 Holonomer Fall (Formularfile HOLKOP)	43
6.3.1.2 Nichtholonomer Fall (Formularfile NOHOLKOP)	46
6.3.2 Koordinatensysteme	47
6.3.2.1 Konstruktiver Aufbau (Formularfile KOSY)	48
6.3.2.2 Modularer Aufbau (Formularfile MOSY)	50
6.3.3 Massengeometrische Größen (Formularfile MASGEO)	51
6.3.4 Eingepprägte Kräfte und Momente (Formularfile KRAFT)	52
6.3.5 Beobachtungspunkte (Formularfile BEO)	52
6.3.6 Lagerspezifische Angaben (Formularfile LAGER)	53
6.4 Weitere Steuerungsmöglichkeiten	53
6.5 Newton–Euler–Gleichungen in beliebigen Systemen	58

6.6	Verwendete Namen und ihre Bedeutung	59
6.7	Faktorisierung	60
6.8	NEWSIM–Kopplung	61
7	NEWEUL–Syntax–Regeln	62
	Literatur	64
	Anhang A: Formularfiles	65
	Formularfile HOLKOP (Kopf holonomer Fall)	65
	Formularfile NOHOLKOP (Kopf nichtholonomer Fall)	66
	Formularfile KOSY (Koordinatensysteme, konstruktiver Aufbau)	68
	Formularfile MOSY (Koordinatensysteme, modularer Aufbau)	69
	Formularfile MASGEO (Massengeometrische Größen)	70
	Formularfile KRAFT (Eingeprägte Kräfte und Momente)	70
	Formularfile LAGER (Lagerspezifische Größen)	70
	Formularfile BEO (Beobachtungspunkte)	71
	Formularfile NEGSY (Systeme für Newton–Euler–Gleichungen)	71
	ANHANG B	72
	Beispiele für die Anwendung der Vereinfachungsgleichungen	72
1	Neue Operationen und Funktionen	72
2	Trigonometrische Formeln	73
3	Vollständiges Zusammenfassen trigonometrischer Funktionen ...	74
4	Mögliche Fehler bei Verwendung der Vereinfachungsgleichungen	74
	ANHANG C	76
	Anleitung zum Programm FOLGEZ	76
	ANHANG D	78
	NEWEUL Fehlerliste	78

1 EINLEITUNG

NEWEUL ist ein Programmsystem zur Erstellung der symbolischen Bewegungsgleichungen von Mehrkörpersystemen. Ausgehend von einfachen symbolischen Eingaben werden mittels des Newton–Euler–Formalismus die Bewegungsgleichungen des Systems ermittelt. Darüber hinaus werden Ausgaben zur Zwangskraftberechnung bereitgestellt. Zur Erstellung der Eingaben stehen Formularfiles zur Verfügung, mit deren Hilfe die Eingaben übersichtlich und komfortabel zusammengestellt werden können.

Das Programm kann in den verschiedensten Bereichen eingesetzt werden, so etwa in der Fahrzeug-, Maschinen- und Roboterdynamik, der Getriebelehre, der Satellitendynamik oder der Biomechanik. Die topologische Struktur des Mehrkörpersystems ist beliebig, es sind Systeme mit Ketten- oder Baumstruktur sowie Systeme mit kinematischen Schleifen zugelassen. Es können holonome und nichtholonome Bindungen berücksichtigt und sowohl nichtlineare als auch lineare Gleichungen berechnet werden. Außerdem können lineare, bzw. kleine Größen, numerische Größen, Vereinfachungen und Substitutionsvariablen definiert werden.

Die Ausgabe der Ergebnisse erfolgt auf Files; diese können einfach kontrolliert, gedruckt oder editiert werden. Die Ausgabe geschieht FORTRAN-kompatibel, die Ergebnisse können unmittelbar in weiterverarbeitende Programme übernommen werden. Der Einsatz in Analyse- und Simulationsprogrammen ist uneingeschränkt möglich.

Weiterhin ist es mit Hilfe des Programmsystems NEWEUL möglich, ein komplettes problemspezifisches Simulationsprogramm generieren zu lassen. Hierzu ist die Simulationssoftware NEWSIM erforderlich, mit deren Hilfe die Integration der Bewegungsgleichungen, die Berechnung der Zwangskräfte, die Behandlung reibungsbehafteter Mehrkörpersysteme, die Lösung des inversen Problems der Dynamik, sowie die Bestimmung der Gleichgewichtslage möglich ist. Das Verfahren von Shampine und Gordon eingesetzt werden. Weiteres ist der Anleitung von NEWSIM [10] zu entnehmen.

In Kapitel 2 werden zunächst kurz die theoretischen Grundlagen zur Erstellung der Bewegungsgleichungen bereitgestellt. In Kapitel 3 wird näher auf die kinematische Beschreibung der Elemente eingegangen und der Aufbau des Gesamtsystems beschrieben; Kapitel 4 dient der Erläuterung der kinetischen Größen. In Kapitel 5 sind die besonderen Möglichkeiten des Programmsystems zusammengefaßt, bevor im Kapitel 6 der Aufbau des Eingabefiles geschildert wird. Die Regeln des dem Programm zugrunde liegenden Formelmanipulationsalgorithmus werden in Kapitel 7 aufgeführt.

2 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen des Programmsystems NEWEUL so weit erläutert, wie dies für die erfolgreiche Anwendung des Programms notwendig ist. Auf diesen Kenntnissen aufbauend, werden in den nachfolgenden Kapiteln die programmspezifischen Eigenschaften beschrieben.

2.1 Modellbildung

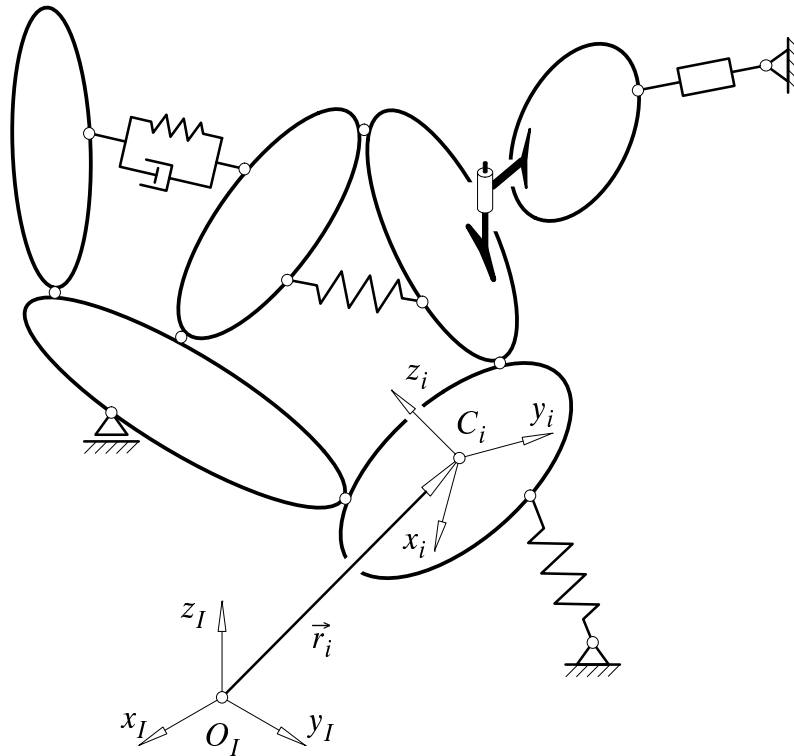


Bild 2. Mehrkörpersystem

Zur mathematischen Untersuchung der Dynamik mechanischer Systeme ist es notwendig, das reale System durch ein Modell mit idealisierten Elementen zu ersetzen. Bei der Anwendung der Methode der Mehrkörpersysteme (MKS) werden folgende Bauelemente benutzt:

- Starrkörper.
- Massenpunkte.
- Masselose Koppellemente (z.B. Federn und Dämpfer), die einzelne Körper untereinander oder mit Punkten außerhalb des Systems verbinden. Die Angriffspunkte der Koppellemente auf den Körpern werden als Knotenpunkte bezeichnet.

- Ideale, d.h. reibungsfreie und unnachgiebige Verbindungselemente (z.B. Führung, Achsgelenk, Kardangelen, rollendes Rad).

Ein aus den genannten Elementen aufgebautes MKS ist in Bild 2.1 dargestellt. Die Körper werden von 1 bis p durchnummeriert, die Numerierung ist dabei beliebig.

2.2 Erstellen der Newton – Euler – Gleichungen

Die Bewegungsgleichungen werden aus den Newtonschen und Eulerschen Gleichungen der einzelnen Körper bestimmt. Für eine ausführliche Herleitung sei z.B. auf Schiehlen [1] oder Schmoll [2] verwiesen.

2.2.1 Newton – Euler – Gleichungen

Für die Angabe der Newton–Euler–Gleichungen der Körper müssen diese zunächst freigeschnitten werden. Dadurch ergeben sich Schnittkräfte und –momente, die in den Gleichungen auftreten.

Für den freigeschnittenen Körper K_i werden die Newtonsche Gleichung (Impulssatz),

$$m_i \mathbf{a}_i = \mathbf{f}_i^e + \mathbf{f}_i^z, \quad (2.1)$$

und die Eulersche Gleichung (Drallsatz) bezüglich des Massenmittelpunktes,

$$\mathbf{I}_i \boldsymbol{\alpha}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times (\mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i) = \mathbf{I}_i^e + \mathbf{I}_i^z, \quad (2.2)$$

angeschrieben. Darin sind die Masse m_i und der Trägheitstensor $\mathbf{I}_i$ die massengeometrischen Größen des Körpers. Als Kraftgrößen treten die eingepprägten Kräfte und Momente $\mathbf{f}_i^e$ und $\mathbf{I}_i^e$ und die Zwangskräfte und –momente $\mathbf{f}_i^z$ und $\mathbf{I}_i^z$ auf.

Die benötigten kinematischen Größen sind

- die Beschleunigung des Schwerpunktes $\mathbf{a}_i$,
- die Winkelbeschleunigung $\boldsymbol{\alpha}_i$ und
- die Winkelgeschwindigkeit $\boldsymbol{\omega}_i$.

Diese Größen können durch Differentiation nach der Zeit aus Ortsvektor $\mathbf{r}_i$ und Drehungsmatrix $\mathbf{S}_i$ ermittelt werden.

2.2.2 Verallgemeinerte Koordinaten

Durch die Bindungen sind die Ortsvektoren und Drehungsmatrizen der einzelnen Körper nicht unabhängig voneinander. Zunächst wird ein MKS mit q holonomen, rheonomen Bindungen betrachtet. Das MKS hat dann

$$f = 6p - q \quad (2.3)$$

Freiheitsgrade der Lage, d.h. die Lage des Systems wird durch f unabhängige Größen y_i beschrieben. Die Größen y_i werden im Vektor der verallgemeinerten Koordinaten $\mathbf{y}$ zusammengefaßt.

Ortsvektor und Drehungsmatrix eines jeden Körpers werden dann als Funktion dieser verallgemeinerten Koordinaten beschrieben:

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r}_i(\mathbf{y}, t), \quad (2.4)$$

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{S}_i(\mathbf{y}, t). \quad (2.5)$$

Damit ist die Lage und Orientierung eines Körpers in Abhängigkeit von den verallgemeinerten Koordinaten und der Zeit festgelegt.

2.2.3 Geschwindigkeiten und Jacobimatrizen

Der Geschwindigkeitszustand eines Körpers ergibt sich aus Ortsvektor und Drehungsmatrix durch Differentiation nach der Zeit. Für die Winkelgeschwindigkeit ist dabei die Formel

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{s}}_i = \frac{d}{dt} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_i^T \quad (2.6)$$

anzuwenden, wobei $\mathbf{s}_i$ der Vektor der infinitesimalen Drehung und $\sim$ der Schlange-Operator zur Darstellung des schiefsymmetrischen Tensors eines Vektors ist,

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Die translatorische Geschwindigkeit des Körpers K_i ergibt sich zu

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_i &= \frac{d}{dt} \mathbf{r}_i(\mathbf{y}, t) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \mathbf{r}_i \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{r}_i \\ &= \mathbf{J}_{Ti} \dot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{v}}_i \end{aligned} \quad (2.8)$$

und die Winkelgeschwindigkeit

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_i &= \frac{d}{dt} \mathbf{s}_i(\mathbf{y}, t) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \mathbf{s}_i \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{s}_i \\ &= \mathbf{J}_{Ri} \dot{\mathbf{y}} + \bar{\boldsymbol{\omega}}_i \end{aligned} \quad (2.9)$$

Dabei wurden die Jacobimatrizen der Translation $\mathbf{J}_{Ti}$ und der Rotation $\mathbf{J}_{Ri}$ sowie die lokalen Geschwindigkeiten $\bar{\mathbf{v}}_i$ und $\bar{\boldsymbol{\omega}}_i$ eingeführt.

2.2.4 Aufteilung der Beschleunigungen

Die Beschleunigungen ergeben sich durch nochmaliges Differenzieren der Geschwindigkeiten. Dabei ist zu beachten, daß die Geschwindigkeiten von $\mathbf{y}$, $\dot{\mathbf{y}}$ und t abhängen. Es ergeben sich:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i &= \frac{d}{dt} \mathbf{v}_i(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) = \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{y}}} \mathbf{v}_i \ddot{\mathbf{y}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \mathbf{v}_i \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_i \\ &= \mathbf{J}_{Ti} \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{a}}_i(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t), \end{aligned}$$

(2.10)

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_i &= \frac{d}{dt} \mathbf{w}_i(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) = \frac{\partial}{\partial \dot{\mathbf{y}}} \mathbf{w}_i \ddot{\mathbf{y}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \mathbf{w}_i \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{w}_i \\ &= \mathbf{J}_{Ri} \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{a}}_i(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) .\end{aligned}$$

Dabei werden die nicht von $\ddot{\mathbf{y}}$ abhängigen Anteile der Beschleunigungen zu den lokalen Beschleunigungen $\bar{\mathbf{a}}_i$ und $\bar{\mathbf{a}}_i$ zusammengefaßt.

2.2.5 Newton–Euler–Gleichungen in verallgemeinerten Koordinaten

Mit den ermittelten kinematischen Größen nehmen die Newton–Euler–Gleichungen die Form an

$$m_i (\mathbf{J}_{Ti} \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{a}}_i) = \mathbf{f}_i^e + \mathbf{f}_i^z , \quad (2.11)$$

$$\mathbf{I}_i (\mathbf{J}_{Ri} \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{a}}_i) + \mathbf{w}_i \times \mathbf{I}_i \mathbf{w}_i = \mathbf{l}_i^e + \mathbf{l}_i^z .$$

Diese Gleichungen können zu einer 6p–dimensionalen Vektorgleichung zusammengefaßt werden:

$$\bar{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{k}} = \bar{\mathbf{q}}^e + \bar{\mathbf{q}}^z . \quad (2.12)$$

Dabei ist $\bar{\mathbf{M}}$ die $6p \times f$ –Massenmatrix. Sie entsteht aus

$$\bar{\mathbf{M}} = \bar{\bar{\mathbf{M}}} \mathbf{J} , \quad (2.13)$$

wobei $\bar{\bar{\mathbf{M}}}$ die Blockdiagonalmatrix der Massen und Trägheitstensoren

$$\bar{\bar{\mathbf{M}}} = \text{diag} \{ m_1 \mathbf{E} , m_2 \mathbf{E} , \dots , m_p \mathbf{E} , \mathbf{I}_1 , \dots , \mathbf{I}_p \} \quad (2.14)$$

und $\mathbf{J}$ die Jacobimatrix des Gesamtsystems ist,

$$\mathbf{J} = [\mathbf{J}_{T1}^T , \mathbf{J}_{T2}^T , \dots , \mathbf{J}_{Tp}^T , \mathbf{J}_{R1}^T , \dots , \mathbf{J}_{Rp}^T]^T . \quad (2.15)$$

Die nicht von $\ddot{\mathbf{y}}$ abhängigen Größen der linken Seite werden im Vektor der Kreisel–, Zentrifugal– und Corioliskräfte $\bar{\mathbf{k}}$ zusammengefaßt; der Vektor $\bar{\mathbf{q}}^e$ enthält die eingepprägten Kräfte und Momente und der Vektor $\bar{\mathbf{q}}^z$ die Zwangskräfte und –momente.

2.2.6 Nichtholonome Bindungen

Nichtholonome Bindungen schränken den Geschwindigkeitszustand des Systems durch r nichtintegrierbare kinematische Bindungen zusätzlich ein. Ein System aus n Starrkörpern mit q holonomen und r nichtholonomen Bindungen hat daher

$$g = 6n - q - r \quad (2.16)$$

Freiheitsgrade der Geschwindigkeit.

Bei nichtholonomen Systemen reichen somit g skalare Geschwindigkeitskoordinaten zur eindeutigen Beschreibung des Geschwindigkeitszustandes aus. Aus diesem Grund wird zur Beschreibung des Geschwindigkeitszustandes der $g \times 1$ -Vektor $\mathbf{z}$ der verallgemeinerten Geschwindigkeiten eingeführt.

Bei holonomen Systemen gilt $g = f$ und in der Regel dient der Vektor $\dot{\mathbf{y}}$ zur Festlegung des Geschwindigkeitszustandes. Es kann jedoch auch bei holonomen Systemen durchaus sinnvoll sein, einen $f \times 1$ -Geschwindigkeitsvektor $\mathbf{z}$ einzuführen. In beiden Fällen muß der Vektor der ersten Ableitung der verallgemeinerten Koordinaten $\dot{\mathbf{y}}$ in Abhängigkeit von $\mathbf{z}$, $\mathbf{y}$ und t dargestellt werden,

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{y}, \mathbf{z}, t) . \quad (2.17)$$

Dieser Zusammenhang ist bei mechanischen Systemen i.a. linear in den Geschwindigkeitsgrößen.

2.2.7 Newton–Euler–Gleichungen für allgemeine Systeme

Bei der Herleitung der Newton–Euler–Gleichungen ist für nichtholonome Systeme der Zusammenhang (2.17) zu beachten. Für den Geschwindigkeitszustand gilt weiterhin (2.8) und (2.9), jedoch stellt $\dot{\mathbf{y}}$ dabei jetzt eine von $\mathbf{y}$, $\mathbf{z}$ und t abhängige Größe dar, so daß sich die Geschwindigkeiten als Funktion des Lagevektors $\mathbf{y}$, des Geschwindigkeitvektors $\mathbf{z}$ und der Zeit ergeben. Dies ist bei der weiteren Ableitung zu berücksichtigen.

Für die Beschleunigungen ergibt sich damit

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i &= \frac{d}{dt} \mathbf{v}_i(\mathbf{y}, \mathbf{z}, t) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \mathbf{v}_i \dot{\mathbf{z}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \mathbf{v}_i \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{v}_i \\ &= \mathbf{L}_{Ti} \dot{\mathbf{z}} + \bar{\mathbf{a}}_i(\mathbf{y}, \mathbf{z}, t) , \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\alpha}_i &= \frac{d}{dt} \boldsymbol{\omega}_i(\mathbf{y}, \mathbf{z}, t) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \boldsymbol{\omega}_i \dot{\mathbf{z}} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \boldsymbol{\omega}_i \dot{\mathbf{y}} + \frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\omega}_i \\ &= \mathbf{L}_{Ri} \dot{\mathbf{z}} + \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i(\mathbf{y}, \mathbf{z}, t) . \end{aligned}$$

Damit wurden gleichzeitig die Jacobimatrizen $\mathbf{L}_{Ti}$ und $\mathbf{L}_{Ri}$ für den nichtholonomen Fall definiert. Der Zusammenhang dieser Matrizen mit den Jacobimatrizen $\mathbf{J}_{Ti}$, $\mathbf{J}_{Ri}$ ist über die Matrix

$$\mathbf{K} = \frac{\partial \dot{\mathbf{y}}(\mathbf{y}, \mathbf{z}, t)}{\partial \mathbf{z}} \quad (2.19)$$

gegeben; es gilt

$$\mathbf{L}_{Ti} = \mathbf{J}_{Ti} \mathbf{K} , \quad \mathbf{L}_{Ri} = \mathbf{J}_{Ri} \mathbf{K} . \quad (2.20)$$

Darüber hinaus wurden die nicht von der Beschleunigung $\dot{\mathbf{z}}$ abhängigen Größen $\bar{\mathbf{a}}_i$ und $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i$ analog zu 2.2.4 definiert.

Die Newton–Euler–Gleichungen nehmen damit im nichtholonomen Fall die Form an

$$m_i (\mathbf{L}_{Ti} \dot{\mathbf{z}} + \bar{\mathbf{a}}_i) = \mathbf{f}_i^e + \mathbf{f}_i^z , \quad (2.21)$$

$$\mathbf{I}_i (\mathbf{L}_{Ri} \dot{\mathbf{z}} + \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i) + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{I}_i \boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{l}_i^e + \mathbf{l}_i^z .$$

Diese lassen sich analog zu (2.11) zu einer $6p$ -dimensionalen Vektorgleichung zusammenfassen,

$$\bar{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{z}} + \bar{\mathbf{k}} = \bar{\mathbf{q}}^e + \bar{\mathbf{q}}^z. \quad (2.22)$$

wobei jetzt $\bar{\mathbf{M}} = \bar{\bar{\mathbf{M}}} \mathbf{L}$ ist und $\mathbf{L}$ analog zu (2.15) definiert wird.

Der holonome Fall kann dabei als Spezialfall eines nichtholonomen Systems mit

$$\mathbf{z} = \dot{\mathbf{y}} \quad (2.23)$$

angesehen werden; es ergibt sich dann

$$\mathbf{K} = \mathbf{E}, \quad \mathbf{L}_{Ti} = \mathbf{J}_{Ti}, \quad \mathbf{L}_{Ri} = \mathbf{J}_{Ri}, \quad \dot{\mathbf{z}} = \ddot{\mathbf{y}}. \quad (2.24)$$

Für die tatsächliche Rechnung sollte der Unterschied jedoch beachtet werden, um unnötige triviale Rechnungen wie die Multiplikation mit der Einheitsmatrix zu vermeiden.

2.3 Reduktion der Newton–Euler–Gleichungen

Durch das Anschreiben der Gleichungen in verallgemeinerten Koordinaten hat man bisher $6n$ Gleichungen für die $6n + f$ Unbekannten $\bar{\mathbf{q}}^z$ und $\mathbf{y}$. Im nichtholonomen Fall sind mit der Beziehung $\dot{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{y}}(\mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{t})$ $6n + f$ Gleichungen für die $6n + f + g$ Unbekannten $\bar{\mathbf{q}}^z$, $\mathbf{y}$ und $\mathbf{z}$ vorhanden. Durch eine Reduktion der Newton–Euler–Gleichungen kann die Berechnung der Bewegung einerseits und der Reaktionen andererseits in zwei weitgehend unabhängige Gleichungssysteme aufgeteilt werden.

2.3.1 Bewegungsgleichungen

Die Bewegung des Systems ist unabhängig von der Größe der wirkenden Reaktionen. Zur Ermittlung des Bewegungsverhaltens können also die Zwangskräfte außer Acht gelassen werden. Zur Elimination werden die Newton–Euler–Gleichungen von vorne mit der transponierten Jacobimatrix $\mathbf{J}$ (bzw. $\mathbf{L}$) multipliziert. Für den holonomen Fall ergibt sich

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{k} = \mathbf{q} \quad (2.25)$$

wobei

$$\mathbf{M} = \mathbf{J}^T \bar{\mathbf{M}}, \quad \mathbf{k} = \mathbf{J}^T \bar{\mathbf{k}} \quad \text{und} \quad \mathbf{q} = \mathbf{J}^T \bar{\mathbf{q}}^e \quad (2.26)$$

ist.

Bei der Multiplikation ergibt sich nach dem D'Alembertschen Prinzip $\mathbf{J}^T \bar{\mathbf{q}}^z = 0$, d.h. die Zwangskräfte stehen senkrecht auf den Bewegungsrichtungen und leisten keine Arbeit.

Damit hat man eine f -dimensionale Differentialgleichung 2. Ordnung zur Ermittlung des Bewegungsverhaltens. In dieser Gleichung sind lediglich die f verallgemeinerten Koordinaten $\mathbf{y}_i$ unbekannt.

Im nichtholonomen Fall ist $\mathbf{J}$ durch $\mathbf{L}$ zu ersetzen. Man erhält

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{k} = \mathbf{q} \quad (2.27)$$

mit

$$\mathbf{M} = \mathbf{L}^T \bar{\mathbf{M}}, \quad \mathbf{k} = \mathbf{L}^T \bar{\mathbf{k}} \quad \text{und} \quad \mathbf{q} = \mathbf{L}^T \bar{\mathbf{q}}^e. \quad (2.28)$$

Die Dimension der Gleichung ist g . Zusammen mit (2.17) stehen $g + f$ Gleichungen für die $g + f$ Unbekannten $\mathbf{y}$ und $\mathbf{z}$ zur Verfügung.

2.3.2 Linearisierung

Wird das zu untersuchende reale System vollständig durch lineare Bewegungsgleichungen beschrieben, so kann (2.25) bzw. (2.27) weiter aufgegliedert werden. Vollständig linear bedeutet dabei, daß alle Elemente des Lagevektors $\mathbf{y}$ und des Geschwindigkeitsvektors $\dot{\mathbf{y}}$ bzw. $\mathbf{z}$ klein von 1. Ordnung sind.

Im holonomen Fall läßt sich (2.25) wie folgt aufspalten:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{P} \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{Q} \mathbf{y} = \mathbf{h} \quad (2.29)$$

und bei zeitinvarianten Matrizen $\mathbf{P}$ und $\mathbf{Q}$ gilt darüber hinaus

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{y}} + (\mathbf{D} + \mathbf{G}) \dot{\mathbf{y}} + (\mathbf{K} + \mathbf{N}) \mathbf{y} = \mathbf{h}. \quad (2.30)$$

Dabei ist

- $\mathbf{P}$ die Matrix der geschwindigkeitsabhängigen Kräfte,
- $\mathbf{D}$ die Matrix der Dämpfungskräfte,
- $\mathbf{G}$ die Matrix der gyroskopischen Kräfte,
- $\mathbf{Q}$ die Matrix der lageabhängigen Kräfte,
- $\mathbf{K}$ die Steifigkeitsmatrix,
- $\mathbf{N}$ die Matrix der nichtkonservativen Lagekräfte und
- $\mathbf{h}$ der Erregervektor der Steuer- und Störgrößen.

Die Matrizen $\mathbf{D}$ und $\mathbf{K}$ sind die symmetrischen, die Matrizen $\mathbf{G}$ und $\mathbf{N}$ die schiefsymmetrischen Anteile der Matrizen $\mathbf{P}$ und $\mathbf{Q}$. Alle Matrizen haben die Dimension $f \times f$.

Im nichtholonomen Fall gelingt lediglich die Aufteilung nach

$$\mathbf{M} \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{P} \mathbf{z} + \mathbf{Q} \mathbf{y} = \mathbf{h}. \quad (2.31)$$

Die Matrix $\mathbf{P}$ hat die Dimension $g \times g$, die Matrix $\mathbf{Q}$ die Dimension $g \times f$, der Erregervektor $\mathbf{h}$ ist g -dimensional.

2.3.3 Reaktionsgleichungen

Nach der Berechnung der Bewegung können auch die Zwangskräfte ermittelt werden. Dazu muß man zu den Newton–Euler–Gleichungen zurückgehen. Die Zwangskräfte und –momente ergeben sich aus (2.12) direkt zu

$$\bar{\mathbf{q}}^z = \bar{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{k}} - \bar{\mathbf{q}}^e. \quad (2.32)$$

Im Vektor $\bar{\mathbf{q}}^Z$ sind die Zwangskräfte $\mathbf{f}_i^Z$ und Zwangsmomente $\mathbf{I}_i^Z$ der einzelnen Körper bezogen auf den Massenmittelpunkt zusammengefaßt. Um die Lagerbelastungen, d.h. die in den Lagern wirkenden Zwangskräfte und –momente zu ermitteln sind weitere Angaben erforderlich. Dazu müssen zunächst die Lager beschrieben werden.

2.3.3.1 Beschreibung der Lager

Ein Lager liegt immer zwischen zwei Körpern oder einem Körper und der Umwelt. Diese Körper werden als die am Lager anliegenden Körper bezeichnet; die Umwelt wird dabei formal als Körper 0 definiert.

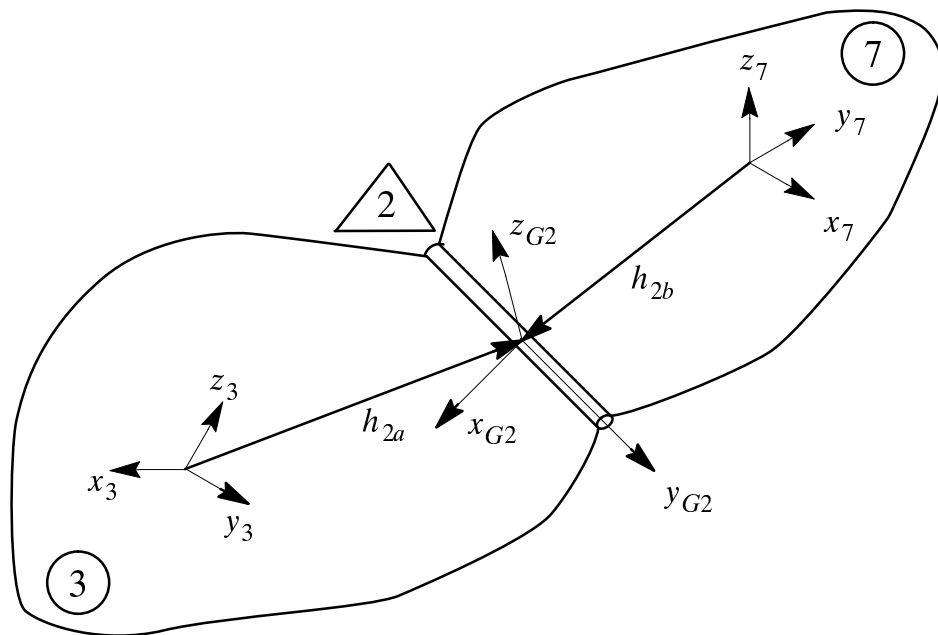


Bild 2.2 Achsgelenk

Ein Lager schränkt die relativen Bewegungsmöglichkeiten eines Körpers gegenüber einem anderen oder der Umwelt in gewissen Richtungen ein. Die Bewegungsmöglichkeiten in dem Lager werden im lagerfesten System beschrieben. Das Lagersystem ist dabei so zu wählen, daß die relativen Bewegungen nur in Richtung der Koordinatenachsen stattfinden können. Mögliche Bewegungen sind dabei

- die Translation in x -, y - und z - Richtung und
- die Rotation um die x -, y - und z - Achse.

Richtungen, in denen Bewegungen stattfinden können, werden als freie, die übrigen als gesperrte Lagerrichtungen bezeichnet.

Bei dem in Bild 2.2 skizzierten Achsgelenk wurde die y - Achse in die Drehachse des Gelenks gelegt. Die Rotation um die y - Achse ist somit eine freie Lagerrichtung, die übrigen Richtungen sind gesperrt. Weitere Beispiele von Lagern findet man z.B. bei Angeles [5] oder Schramm [3].

Durch die Beschreibung der Lage, der Angabe der anliegenden Körper und der Definition der freien und gesperrten Lagerrichtungen ist das Lager vollständig definiert.

2.3.3.2 Lagerreaktionen

In den gesperrten Lagerrichtungen entstehen Reaktionen. Die Verschiebung oder Verdrehung der beiden Körper in einer gesperrten Richtung wird durch eine Zwangskraft oder ein Zwangsmoment verhindert. Die Kenntnis dieser Lagerreaktionen ist von Bedeutung zur Dimensionierung des Lagers oder aber auch zur Ermittlung der inneren Belastung von Bauteilen.

Die aus (2.32) ermittelten Zwangskräfte $\mathbf{f}_i^z$ und Zwangsmomente $\mathbf{I}_i^z$ stellen die Zusammenfassung aller am Körper vorhandenen Zwangskräfte und –momente dar. Die Entstehungsorte der Zwangskräfte und –momente liegen aber an anderer Stelle: in den am Körper anliegenden Lagern. Die dort entstehenden Lagerkräfte und –momente ergeben, auf den Massenmittelpunkt transformiert und aufsummiert, die Zwangskraft $\mathbf{f}_i^z$ und das Zwangsmoment $\mathbf{I}_i^z$.

Stellt man nun für jeden Körper eine solche Beziehung auf, und faßt diese zu einer Vektorgleichung zusammen, so erhält man einen Zusammenhang zwischen den (bekannten) auf die Massenmittelpunkte bezogenen Zwangskräften und –momenten und den (unbekannten) Lagerkräften und –momenten. Faßt man die nichtverschwindenden Lagerkraft- und Lagermoment-Komponenten zu einem Vektor $\mathbf{g}$ zusammen, so erhält man eine Beziehung der Form

$$\bar{\mathbf{Q}} \mathbf{g} = \bar{\mathbf{q}}^z. \quad (2.33)$$

Dabei enthält $\mathbf{g}$ die nichtverschwindenden Komponenten der Lagerkräfte und –momente; die $6n \times q$ – Matrix $\bar{\mathbf{Q}}$ beschreibt die Transformation auf die Massenmittelpunkte, die koordinatenmäßige Umrechnung und die additive Zusammenfassung. Setzt man (2.32) in (2.33) ein, so erhält man die Zwangskraftgleichungen

$$\bar{\mathbf{Q}} \mathbf{g} = \bar{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{k}} - \bar{\mathbf{q}}^e. \quad (2.34)$$

Die Gleichung (2.34) kann auf verschiedene Arten gelöst werden. Zuerst einmal kann (2.34) als überbestimmtes Gleichungssystem angesehen werden, das aufgrund der mechanischen Zusammenhänge stets eindeutig lösbar ist. Zur Lösung kann etwa ein einfacher Gauß-Algorithmus verwandt werden.

Die Gleichung kann aber auch mittels der Pseudo-Inversen $\bar{\mathbf{Q}}^\dagger$ nach $\mathbf{g}$ aufgelöst werden. Da $\bar{\mathbf{Q}}^\dagger$ Maximalrang hat ergibt sich

$$\mathbf{g} = \bar{\mathbf{Q}}^\dagger \bar{\mathbf{q}}^z = (\bar{\mathbf{Q}}^T \bar{\mathbf{Q}})^{-1} \bar{\mathbf{Q}}^T \bar{\mathbf{q}}^z \quad (2.35)$$

Damit hat man ein Gleichungssystem minimaler Ordnung.

Die Zwangskräfte $\mathbf{f}_i^z$ sind nach (2.34) noch von der Beschleunigung $\ddot{\mathbf{y}}$ abhängig. Diese Abhängigkeit existiert aber in der Realität nicht; Um die Beschleunigungen aus (2.34) zu eliminieren, kann z.B. $\ddot{\mathbf{y}}$ aus den Bewegungsgleichungen (2.25) ermittelt und in (2.34) eingesetzt werden. Dies ist aber aufwendig, da dazu die Massenmatrix $\mathbf{M}$ invertiert werden muß.

Die Elimination der Beschleunigungen kann noch auf einem anderen Weg erfolgen. Dazu multipliziert man die Zwangskraftgleichung (2.34) von vorne mit $\bar{\mathbf{Q}}^T \bar{\mathbf{M}}^{-1}$. Man erhält

$$\bar{\mathbf{Q}}^T \bar{\mathbf{M}}^{-1} \bar{\mathbf{Q}} \mathbf{g} = \bar{\mathbf{Q}}^T \bar{\mathbf{M}}^{-1} \bar{\mathbf{M}} \ddot{\mathbf{y}} + \bar{\mathbf{Q}}^T \bar{\mathbf{M}}^{-1} \bar{\mathbf{k}} - \bar{\mathbf{Q}}^T \bar{\mathbf{M}}^{-1} \bar{\mathbf{q}} \quad (2.36)$$

$$\mathbf{N} \mathbf{g} = \mathbf{0} + \hat{\mathbf{k}} - \hat{\mathbf{q}}.$$

Die Matrix $\bar{\mathbf{M}}^{-1}$ kann leicht gebildet werden, da es sich um eine Blockdiagonalmatrix handelt, vgl. (2.14). Beachtet man weiter die Transformationsregeln der Trägheitstensoren, so sind lediglich konstante Matrizen zu invertieren.

Bei der Multiplikation fällt die Beschleunigung $\ddot{\mathbf{y}}$ heraus, da $\bar{\mathbf{M}} = \bar{\mathbf{M}}\mathbf{J}$ ist und $\bar{\mathbf{Q}}$ und $\mathbf{J}$ orthogonal zueinander sind. Die Gleichung hat die Minimalordnung q . Die Matrix $\mathbf{N}$ ist symmetrisch und positiv definiert. Zu ihrer Inversion kann z.B. die Cholesky-Zerlegung herangezogen werden.

Für nichtholonome Mehrkörpersysteme wird analog vorgegangen.

Zur rechnerischen Auswertung der Zwangskräfte steht das Unterprogrammpaket ZKSUB [4] zur Verfügung. Für weiterführende Betrachtungen wird auf Schramm [3], Schmoll [2] und Raith [6] verwiesen.

2.4 Ausnutzung der Relativkinematik

Bis jetzt wurde immer davon ausgegangen, daß die zur kinematischen Beschreibung notwendigen Größen Ortsvektor und Drehungsmatrix in Koordinaten des Inertialsystems gegeben sind. Die Größen werden in diesem System benötigt, da alle Ableitungen zur Ermittlung der Winkelgeschwindigkeiten, Beschleunigungen und Jacobimatrizen bezüglich des Inertialsystems vorzunehmen sind. Außerdem ist bisher immer davon ausgegangen worden, daß die Gleichungen selbst in Koordinaten des Inertialsystems angeschrieben sind. Beide Voraussetzungen sollen jetzt gelockert werden, was zu einer erheblichen Verkürzung der Rechenzeit führen kann.

2.4.1 Formeln der Relativkinematik

Im folgenden soll die Berechnung der benötigten kinematischen Größen des Körpers j aufgezeigt werden. Dabei wird vorausgesetzt, daß der Körper j bezüglich des Körpers i beschrieben ist. Die relativen kinematischen Größen des Körpers j und die kinematischen Größen des Körpers i werden als bekannt (oder schon berechnet) vorausgesetzt. Die Unterscheidung der absoluten und relativen Größen erfolgt über die Indizes; so ist z.B.

$\mathbf{r}_i$ der (absolute) Ortsvektor des Körpers i ,

$\mathbf{r}_{ij}$ der relative Ortsvektor des Körpers j bezüglich des Körpers i .

Die folgenden Formeln sollen zunächst als Vektorgleichungen angegeben werden, ohne Rücksicht darauf, in welchen Koordinatensystemen die Größen in der Regel angegeben sind oder benötigt werden. Eine gute Herleitung findet man bei Magnus, Müller [8] oder Schiehlen [1].

Ortsvektor und Drehungsmatrix des Körpers j ergeben sich zu

$$\mathbf{r}_j = \mathbf{r}_i + \mathbf{r}_{ij}, \quad (2.37)$$

$$\mathbf{S}_j = \mathbf{S}_i * \mathbf{S}_{ij}.$$

Anstatt die kinematischen Größen des Körpers j jetzt durch Differentiation aus den Ortsvektor und Drehungsmatrix zu ermitteln, werden diese aus den kinematischen Größen des Körpers i und den relativen kinematischen Größen des Körpers j gewonnen. Für die Geschwindigkeiten ergibt sich:

$$\boldsymbol{\omega}_j = \boldsymbol{\omega}_i + \boldsymbol{\omega}_{ij}, \quad (2.38)$$

$$\mathbf{v}_j = \mathbf{v}_i + \mathbf{v}_{ij} + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{ij}.$$

Die Berechnung der Jacobimatrizen erfolgt im Prinzip analog. Es ist lediglich die totale Differentiation durch die partielle Differentiation nach den verallgemeinerten Größen zu ersetzen. Man erhält:

$$\mathbf{J}_{Rj} = \mathbf{J}_{Ri} + \mathbf{J}_{Rij}, \quad (2.39)$$

$$\mathbf{J}_{Tj} = \mathbf{J}_{Ti} + \mathbf{J}_{Tij} - \mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{J}_{Ri}.$$

Die lokalen Anteile der Beschleunigungen ergeben sich aus den Formeln für die Beschleunigungen. Dazu spaltet man die Teile, die linear vom Beschleunigungsvektor abhängen, ab. Damit folgt:

$$\bar{\boldsymbol{\alpha}}_j = \bar{\boldsymbol{\alpha}}_i + \bar{\boldsymbol{\alpha}}_{ij} + \boldsymbol{\omega}_i \times \boldsymbol{\omega}_{ij} \quad (2.40)$$

$$\bar{\mathbf{a}}_j = \bar{\mathbf{a}}_i + \bar{\mathbf{a}}_{ij} + 2 \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{v}_{ij} + \boldsymbol{\alpha}_i \times \mathbf{r}_{ij} + \boldsymbol{\omega}_i \times (\boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{r}_{ij}).$$

Betrachtet man die Formeln (2.38), (2.39) und (2.40), so stellt man fest, daß zur Berechnung der kinematischen Größen des Körpers j über den Körper i benötigt werden:

- die kinematischen Größen des Körpers i ,
- die relativen kinematischen Größen des Körpers j ,
- der relative Ortsvektor und die relative Geschwindigkeit des Körpers j , $\mathbf{r}_{ij}$ und $\mathbf{v}_{ij}$.

2.4.2 Betrachtungen zum Arbeitsaufwand bei Berücksichtigung der Relativkinematik

Sowohl bei den Newton–Euler–Gleichungen als auch bei den Formeln der Relativkinematik handelt es sich um Vektorgleichungen. Zu ihrer Auswertung kann im Prinzip jedes Koordinatensystem herangezogen werden. Allerdings ist der Umfang der Ergebnisse im erheblichen Maß vom zugrundegelegten Koordinatensystem abhängig. Deshalb ist es angebracht, Überlegungen über die Wahl von günstigen Koordinatensystemen für die Newton–Euler–Gleichungen anzustellen.

Betrachtet werden die kinematischen Größen und ihre sukzessive Berechnung sowie die zur Aufstellung der Gesamtgleichung benötigten kinetischen Größen Trägheitstensor und eingeprägte Kräfte und Momente. An dieser Stelle können nicht alle Details der Betrachtungen dargestellt werden, dazu sei auf Schmoll [2] verwiesen; hier sollen nur die wichtigsten Ergebnisse wiedergegeben werden.

Ausgegangen werden soll dabei von einer relativen Beschreibung der einzelnen Körper. Die relativen kinematischen Größen des Körpers j gegenüber dem Körper i werden stets im Koordinatensystem des Körpers i angegeben, sie haben auch dort oder im System j ihre einfachste Form. Der Umfang der kinematischen Größen steigt mit der Anzahl der Transformationen. Setzt man die absoluten kinematischen Größen aus den relativen kinematischen Größen zusammen, so erkennt man, daß die kürzeste Darstellung dieser Größen im mittleren System vorliegt. So nimmt die Winkelgeschwindigkeit des 5. Körpers einer Kette ihre kürzeste Darstellung im 2. und 3. System an.

Nicht berücksichtigt werden konnte die Tatsache, daß zwischen den einzelnen relativen Größen und den Transformationsmatrizen in der Regel ein Zusammenhang besteht. So treten in beiden Größen Winkelfunktionen mit gleichem Argument auf, die sich u.U. über trigonometrische Funktionen herausheben. Unter Voraussetzung der relativen Beschreibung kann dies jedoch nur bei der Transformation in weiter entfernt liegende Systeme auftreten.

Für die massengeometrischen Größen ist nur der Trägheitstensor von Bedeutung, die Masse ist als Skalar unabhängig vom Koordinatensystem. Der Trägheitstensor hat seine einfachste Form im körperfesten Koordinatensystem. Bei Angabe der Eulerschen Gleichungen in einem anderen System ist er entsprechend zu transformieren. Diese Transformationen sind in symbolischer Form sehr aufwendig. Der Umfang des Trägheitstensors schwillt aufgrund der Transformationsvorschrift für Tensoren exponentiell an. Der Aufwand ist erheblich höher als bei der Berechnung der kinematischen Größen.

Die Kräfte und Momente spielen bei diesen Betrachtungen eine untergeordnete Rolle. Sie stehen in den Newton–Euler–Gleichungen isoliert auf der rechten Seite und werden lediglich bei der Reduktion auf die Bewegungsgleichungen mit der Jacobimatrix multipliziert. Für die Eingabe der Gewichtskräfte ist das Inertialsystem am besten geeignet. Die Stell- und Steuerkräfte sowie lage- oder geschwindigkeitsabhängigen Größen wirken in der Regel zwischen zwei benachbarten Körpern (Umwelt = Körper 0). Die Angabe ihrer Wirkungsrichtung hängt von der Lage der beiden Körper zueinander ab, nicht jedoch von der Lage der Körper im Inertialsystem. Zur Beschreibung dieser Kräfte sind somit die körperfesten Systeme der beteiligten Starrkörper vorteilhaft.

Die Betrachtungen zeigen, daß es ein Koordinatensystem, das für alle vorkommenden Größen optimal ist, nicht gibt. Bei der Auswahl eines Koordinatensystems muß weiter beachtet werden, wie stark die Veränderungen bei der Wahl eines weniger günstigen Koordinatensystems sind und welchen Stellenwert die entsprechenden Größen in den Newton–Euler–Gleichungen haben.

Die gesamten Aussagen sind in Tabelle 2.1 zusammengefaßt.

	günstiges System	Veränderung des Umfangs gegenüber günstigem System	Stellenwert in den Newton–Euler–Gleichungen
Trägheitstensor	körperfest	++ stark	+ mäßig
Gewichtskräfte	Inertialsystem	+ mäßig	— sehr gering
sonstige Kräfte/ Momente	körperfest	+ mäßig	– gering
kinematische Größen	Mittelsystem	+ mäßig	++ stark

Tabelle 2.1: Übersicht über die günstigsten Koordinatensysteme für die beteiligten Größen

Aus der Tabelle läßt sich ablesen, daß das "günstigste System" zwischen dem mittleren und körperfesten System liegt. Genaue Aussagen lassen sich aufgrund der vielen eingehenden Faktoren jedoch nicht treffen.

3 SYSTEMATISCHE BESCHREIBUNG DER KINEMATIK VON MEHRKÖRPERSYSTEMEN

In diesem Kapitel wird die Angabe der kinematischen Größen eines Mehrkörpersystems dargestellt. Nach dem Aufzeigen der verfügbaren Elemente und der Reduktion auf Koordinatensysteme wird zunächst die Beschreibung eines Elements relativ zu einem Bezugselement erläutert. Danach werden die Möglichkeiten des Aufbaus des Gesamtsystems mittels der Relativbeschreibung aufgezeigt.

3.1 Verfügbare Elemente

In einem Mehrkörpersystem gibt es zwei wesentliche Elemente:

- den **Starrkörper** und
- das **Lager**.

Für den Starrkörper interessiert die Lage und Bewegung im Raum in Abhängigkeit von der Zeit; für das Lager interessieren die auftretenden Reaktionskräfte infolge der Bewegung.

Die erste Aufgabe löst NEWEUL. Es liefert die Bewegungsgleichungen des Mehrkörpersystems. Diese lassen sich integrieren oder anderweitig verwenden (z.B. zu Stabilitätsuntersuchungen bei linearen Systemen, siehe etwa Hirschberg [7]). Zur Berechnung der Lagerreaktionen existiert ein weiterführendes Unterprogrammpaket namens ZKSUB [4], das auch in der Simulationssoftware NEWSIM [10] enthalten ist. Dieses stellt aufbauend auf den Ausgaben von NEWEUL die Zwangskraftgleichungen (in numerischer Form) auf und wertet sie aus.

Neben den beiden Hauptelementen Starrkörper und Lager gibt es noch weitere Elemente:

- Der **Massenpunkt** ist ein entarteter Starrkörper. Er hat keine Drehträgheit und keine Orientierung im Raum, er kann keine Momente aufnehmen. zur Beschreibung eines Punktes an dem eine Kraft eingeleitet wird.
- Der **Knotenpunkt** liegt immer auf einem Starrkörper. Er dient zur Beschreibung eines Punktes an dem eine Kraft eingeleitet wird.
- Der **Beobachtungspunkt** ist ein Punkt für den Lage, Geschwindigkeit und/oder Beschleunigung interessieren (etwa zum Vergleich mit Messungen an diesem Punkt, für Komfortbetrachtungen im Fahrzeugbau oder zur Ermittlung lage- oder geschwindigkeitsabhängiger Kräfte). Für Beobachtungspunkte können die kinematischen Größen wie Lage, Geschwindigkeit und Beschleunigung relativ zu jedem Punkt des Mehrkörpersystems in jedem beliebigen Koordinatensystem ermittelt werden.
- Das **Referenzsystem** dient zur Beschreibung von Führungsbewegungen. Dabei werden die Führungs- oder Sollbewegung durch das Referenzsystem definiert und die (meist kleinen) Bewegungen des Mehrkörpersystems um diese Sollbewegung bezüglich dieses Referenzsystems beschrieben.

3.2 Kinematische Beschreibung der Elemente

Die Kinematik eines jeden der obengenannten Elemente läßt sich durch die Lage und Bewegung eines Koordinatensystems beschreiben. Der Begriff des körperfesten Koordinatensystems ist weit verbreitet. Analog dazu wird ein Lager durch ein lagerfestes Koordinatensystem beschrieben. Das Referenzsystem ist ein abstrakter Begriff, so daß der Übergang zu einem Koordinatensystem nicht schwerfällt. Die Elemente Massenpunkt, Knotenpunkt und Beobachtungspunkt werden durch entartete Koordinatensysteme dargestellt, bei denen nur noch die Lage (die Verschiebung) und nicht mehr die Orientierung (die Verdrehung) interessieren.

Die die Elemente beschreibenden Koordinatensysteme können in der Regel beliebig gewählt werden. Eine Ausnahme hiervon bildet das Lagersystem. Es muß so gewählt werden, daß die sechs Bewegungsmöglichkeiten (Translation in x -, y -, z -Richtung, Rotation um die x -, y -, z -Achse) in freie und gesperrte Richtungen aufgeteilt werden können. Bei anderen Systemen ergeben sich durch geschickte Wahl des Systems Vorteile. Bei Starrkörpern ist der Trägheitstensor je nach Wahl des Koordinatensystems vollbesetzt oder hat Diagonalgestalt.

3.3 Relativbeschreibung

Lage und Orientierung der Koordinatensysteme (Verschiebung und Verdrehung) sind gegenüber einem Inertialsystem zu beschreiben. Das ist (für große Mehrkörpersysteme) in der Regel schwierig und wird vom Benutzer nicht verlangt. Es wird vielmehr eine relative Beschreibungsart gewählt. Das heißt, das Koordinatensystem eines Elements wird relativ zu einem beliebigen anderen Koordinatensystem beschrieben. Die dafür nötigen Angaben sind in der Regel einfach zu formulieren.

Die Beschreibung von Lage und Orientierung eines Koordinatensystems ist somit eine zentrale Aufgabe bei der Darstellung eines Mehrkörpersystems. Ein Koordinatensystem muß immer gegenüber einem anderen System, dem Bezugssystem, beschrieben werden. Das Bezugssystem kann insbesondere auch das Inertialsystem sein.

Zur Festlegung von Lage und Orientierung eines Systems werden

- der Ort des Ursprungs des zu beschreibenden Systems und
- die Verdrehung des zu beschreibenden Systems

benötigt. Diese Festlegung erfolgt vollständig durch die Angabe

- des Ortsvektors $\mathbf{r}$ vom Ursprung des Bezugssystems zum Ursprung des zu beschreibenden Systems und
- der Drehungsmatrix $\mathbf{S}$ des zu beschreibenden Systems gegenüber dem Bezugssystem.

Für die Angabe des Ortsvektors ist darüber hinaus noch ein System zu wählen, in dem der Vektor dargestellt wird. Sinnvollerweise wählt man das Bezugssystem.

3.3.1 Rotation

Liegen das zu beschreibende System und das Bezugssystem weit auseinander, so ist die Angabe von Ortsvektor und Drehungsmatrix oft nichttrivial. Der Forderung nach einfachen Eingabedaten

ten folgend besteht die Möglichkeit, Ortsvektor und Drehungsmatrix sukzessive, in Teile zerlegt, anzugeben. Für die Rotation bedeutet das, daß die Gesamtverdrehung durch hintereinander geschaltete Einzeldrehungen beschrieben werden kann. Die Drehungsmatrix der Gesamtdrehung ergibt sich dann als Produkt der Drehungsmatrizen der Einzeldrehungen.

Bei diesem Vorgehen hat sich die Verwendung von Elementardrehungen, das sind Drehungen um die Koordinatenachsen, bewährt. So läßt sich etwa die Drehungsmatrix der Kardanwinkel

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \gamma & -\cos \beta \sin \gamma & \sin \beta \\ \cos \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \cos \gamma & -\sin \alpha \cos \beta \\ + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma & -\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma & \\ \sin \alpha \sin \gamma & \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta \cos \gamma & +\cos \alpha \sin \beta \sin \gamma & \end{bmatrix}$$

durch die Angaben

Anzahl der Teildrehungen: 3 ,

1.Drehung: um x-Achse mit Winkel α ,

2.Drehung: um y-Achse mit Winkel β ,

3.Drehung: um z-Achse mit Winkel γ

festlegen. Neben der Tatsache, daß der Eingabeumfang bei der Verwendung von Elementardrehungen erheblich niedriger ist, sind die Angaben auch anschaulicher und leichter zu kontrollieren.

Neben der Verwendung von Elementardrehungen besteht außerdem die Möglichkeit, eine Drehung um eine Achse, die nicht mit einer Koordinatenachse zusammenfällt, zu definieren. Die Achse ist dabei durch einen Einheitsvektor in Richtung der Drehachse zu beschreiben. Die direkte Eingabe einer Drehungsmatrix ist ebenfalls möglich.

3.3.2 Translation

Zur Beschreibung des Ortsvektors vom Ursprung des Bezugssystems zum Ursprung des zu beschreibenden Systems kann dieser Vektor in Teilvektoren zerlegt werden. Die Teilvektoren selber können dann in verschiedenen Koordinatensystemen angegeben werden. Dabei können insbesondere die bei der Definition der Verdrehung eingeführten Zwischensysteme als Koordinatensysteme verwendet werden.

Als Beispiel sei das in Bild 3.1 skizzierte System betrachtet. Der Ortsvektor vom Bezugssystem zum zu beschreibenden System setzt sich aus drei Teilvektoren zusammen. Der Teilvektor $\mathbf{r}_1$ kann im Koordinaten des Bezugssystems BEZ angegeben werden. Er ist in dem skizzierten Fall in diesem Koordinatensystem konstant. Der Teilvektor $\mathbf{r}_2$ wird günstigerweise im Zwischensystem ZWI angegeben. Dieses Zwischensystem ist vorher schon bei der Festlegung der Verdrehung des zu beschreibenden Systems gegenüber dem Bezugssystem definiert worden. Es ergibt sich aus der Drehungsmatrix des Bezugssystems und der ersten Teildrehung. Der dritte Teilvektor wird dann im zu beschreibenden aktuellen System AKT angegeben.

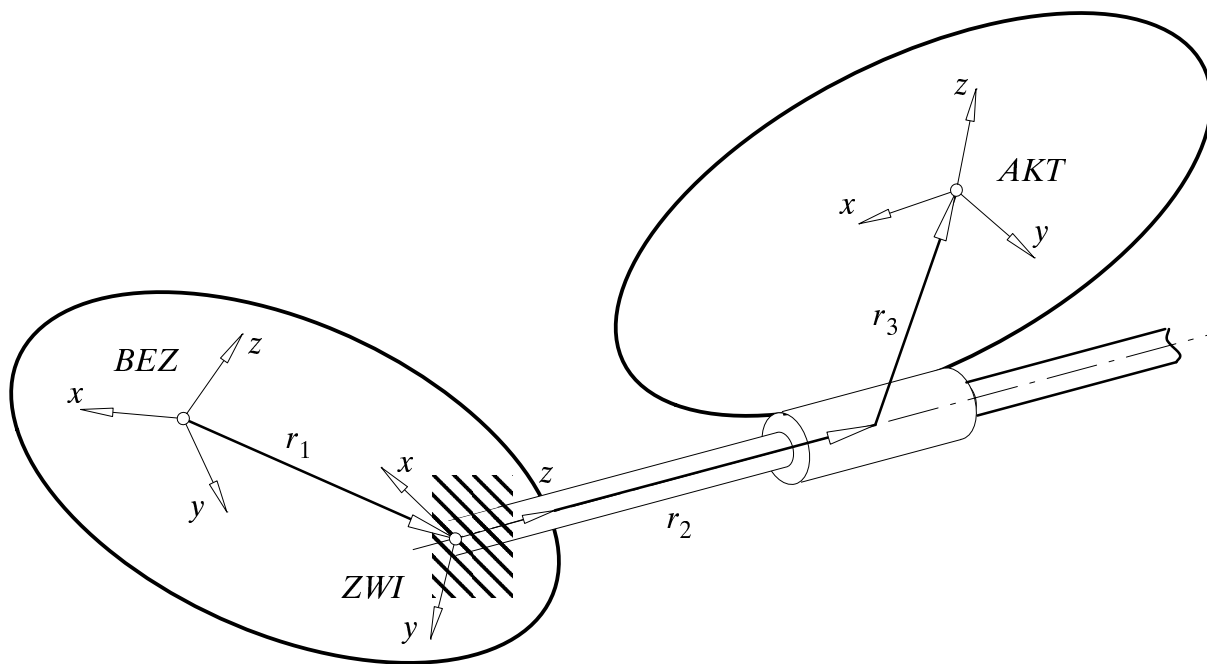


Bild 3 Zur Beschreibung von Ortsvektoren

Die Angaben zur Beschreibung des Ortsvektor sind demnach

Zahl der Teilvektoren: 3 ,

1. Teilvektor: $\mathbf{r}_1$ im System BEZ ,

2. Teilvektor: $\mathbf{r}_2$ im System ZWI ,

3. Teilvektor: $\mathbf{r}_3$ im System AKT .

Aus der Verwendung des Koordinatensystem des zu beschreibenden Systems und der Zwischensysteme ergibt sich die Notwendigkeit, die Orientierung, d.h. die Verdrehung, vor der Lage, d.h. der Verschiebung, zu beschreiben.

3.4 Aufbau des Gesamtsystems

Nach der Beschreibung der Definition des Koordinatensystems gegenüber einen Bezugssystem soll nun die Beschreibung der Kinematik des Gesamtsystems erläutert werden.

Für den Aufbau eines Mehrkörpersystems gibt es zwei Arten

- den konstruktiven Aufbau und
- den modularen Aufbau.

Nach der Erläuterung der beiden Arten folgt ein kurzer Vergleich der beiden Methoden. Dabei werden diese auch mit dem bisher verwendeten Verfahren verglichen.

3.4.1 Konstruktiver Aufbau

Die einfachere der beiden Arten zur Beschreibung der Kinematik des Gesamtsystems ist der sogenannte konstruktive Aufbau eines Mehrkörpersystems.

3.4.1.1 Vorgehensweise

Die Vorgehensweise beim konstruktiven Aufbau eines Mehrkörpersystems ist recht einfach. Ausgehend vom Inertialsystem wird ein Element durch die Festlegung seines Koordinatensystems dargestellt. Die Beschreibung des nächsten Elements erfolgt dann bezüglich dieses Koordinatensystems oder des Inertialsystems.

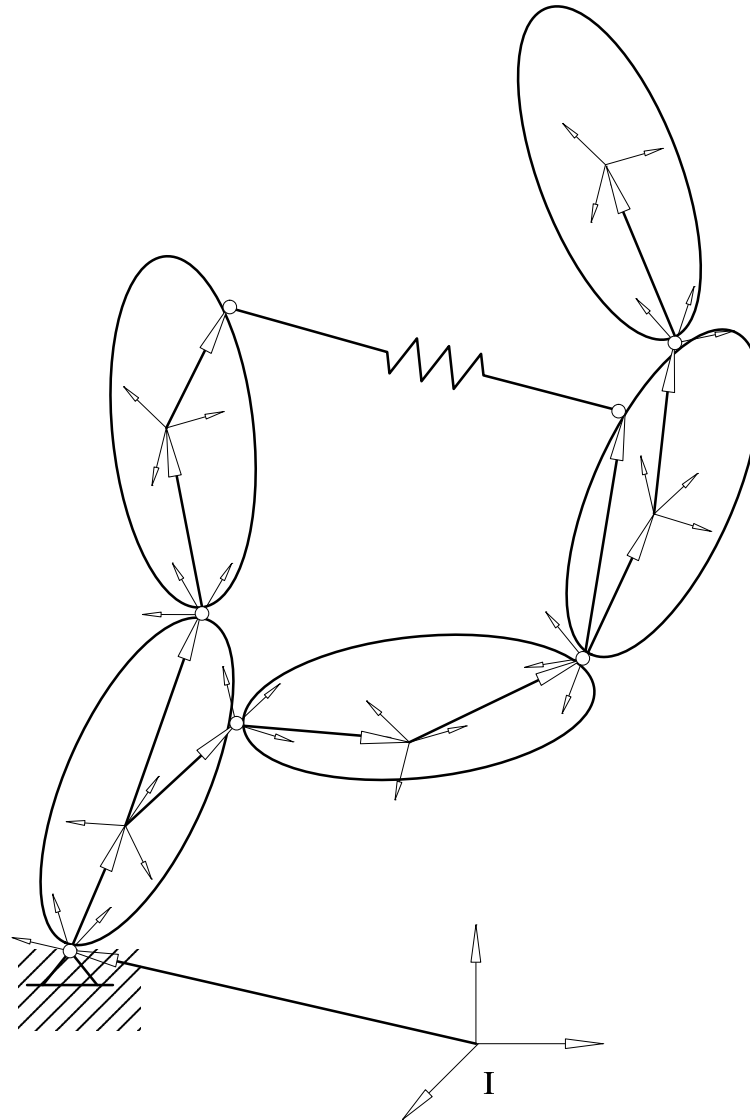


Bild 3.4.1 Konstruktiver Aufbau

Diese Vorgehensweise wird fortgesetzt, ein neu hinzukommendes Element kann sich auf jedes bis dahin definierte Koordinatensystem einschließlich des Inertialsystems beziehen. Auf diese

Weise arbeitet man sich von Koordinatensystem zu Koordinatensystem durch das gesamte Mehrkörpersystem. Das Vorgehen ist in Bild 3.2 skizziert.

Der Weg der Beschreibung ist in keiner Weise beschränkt. Die einzige Bedingung ist, daß das als Bezugssystem gewählte System schon definiert sein muß. Diese Vorgehensweise unterstützt die Modifikation oder Erweiterung eines Mehrkörpersystems sehr gut.

3.4.1.2 Schleifenbehandlung

Die im vorhergehenden Abschnitt geschilderte Beschreibungsweise führt auf einen Beschreibungsbaum, der seine Wurzel im Inertialsystem hat. Bei Mehrkörpersystemen kommt es nun häufig vor, daß zwei Äste des Baums wieder zusammenkommen, d.h. eine kinematische Schleife vorliegt. Auf die oben erläuterte Art lassen sich auch Mehrkörpersysteme mit kinematischen Schleifen beschreiben, allerdings geht aus der Beschreibung dann zunächst nicht hervor, daß eine solche Schleife vorliegt, siehe Bild 3.3a.

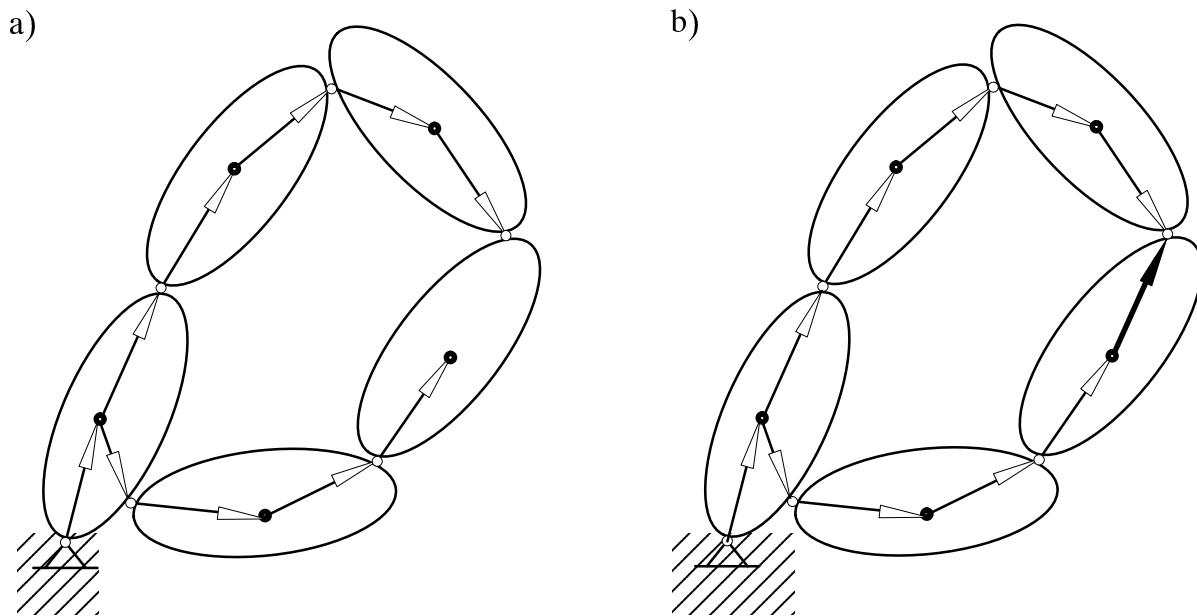


Bild 3.3 Beschreibung von kinematischen Schleifen

Zur Kennzeichnung der Schleife muß diese geschlossen werden. Dieses geschieht dadurch, daß ein Koordinatensystem der Schleife von zwei Seiten her, also doppelt, beschrieben wird, siehe Bild 3.3b. Die bei einer Schleife auftretenden Bindungsgleichungen können nun erkannt und berechnet werden. Ein ausführliche Betrachtung hierzu erfolgt in Abschnitt 5.3.

3.4.2 Modularer Aufbau

Beim modularen Aufbau werden zunächst Systemblöcke beschrieben, die dann zu einem Gesamtsystem, dem Mehrkörpersystem, zusammengesetzt werden.

3.4.2.1 Beschreibung eines Systemblocks

Ein Systemblock ist eine Anzahl von Koordinatensystemen, die zusammenhängend beschrieben werden. Ein Beispiel für einen Systemblock ist ein Starrkörper mit all seinen Lagern, Knotenpunkten und Beobachtungspunkten, siehe Bild 3.4.

Es kann aber auch ein System aus mehrere Starrkörpern sein, die in bekannter Weise miteinander verbunden sind, etwa die Radaufhängung eines PKW.

Zur Beschreibung eines Systemblocks muß die relative Lage aller beteiligter Koordinatensysteme gegeneinander angegeben werden. Da ein Systemblock in der Regel nicht mit der Umwelt verbunden ist, also als frei im Raum schwebend betrachtet wird, existiert zu seiner Beschreibung noch kein sinnvolles Bezugssystem. Für die Beschreibung des Systemblocks interessiert nur die Lage der beteiligten Koordinatensysteme untereinander. Das hat zur Folge, daß die Beschreibung bei einem Koordinatensystem beginnt, das selbst noch nicht definiert ist.

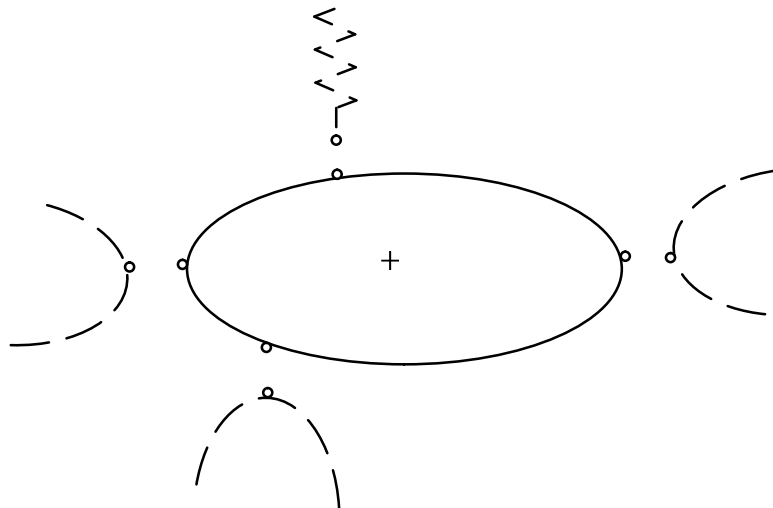


Bild 3.4 Beispiel eines Systemblocks

Bei der Beschreibung eines Systemblocks bestehen keinerlei Einschränkungen. Für den in Bild 3.4 skizzierten Sytemblock kann der Massenmittelpunkt oder ein Lager als Ausgangspunkt

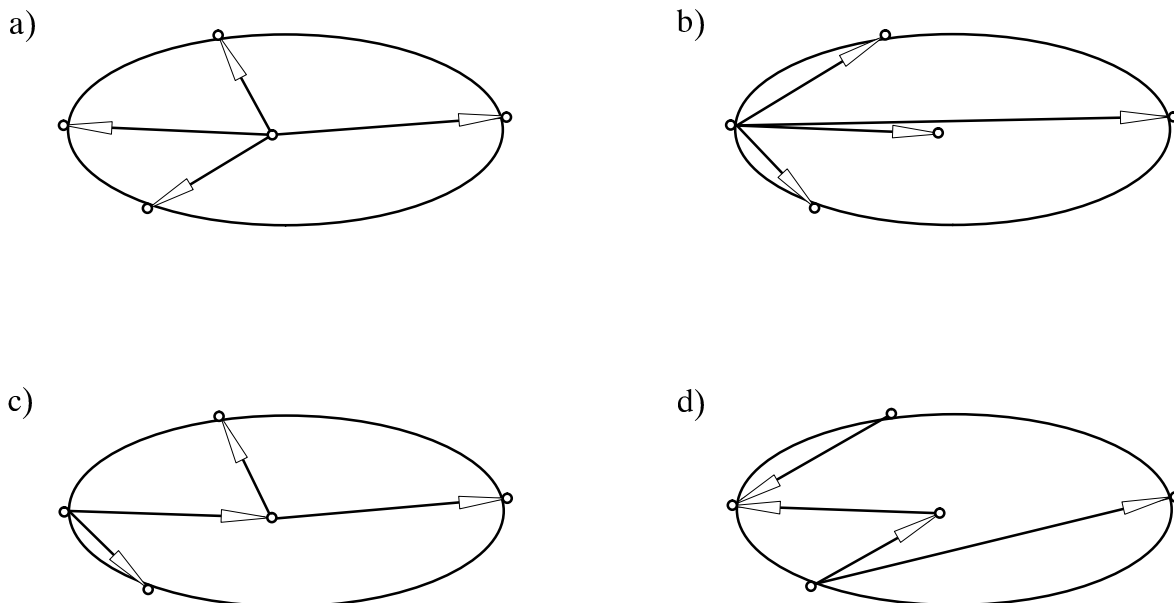


Bild 3.5 Beschreibung eines Systemblocks

gewählt werden, siehe Bild 3.5a,b. Auch eine Baumstruktur innerhalb eines Blocks oder eine vollkommen beliebige Beschreibung ist zugelassen, siehe Bild 3.5c,d.

3.4.2.2 Zusammenfügen der Blöcke

Das Zusammenfügen der Systemblöcke zu einem Gesamtsystem ist genauso leicht wie die Beschreibung der Blöcke selbst. Es erfolgt dadurch, daß ein beliebiges Koordinatensystem des einen Blocks relativ zu einem beliebigen Koordinatensystem des anderen Blocks beschrieben wird. Die Beschreibung erfolgt dabei wie im Abschnitt 3.3 dargelegt. Ein Beispiel eines modular aufgebauten Mehrkörpersystems ist in Bild 3.6 skizziert.

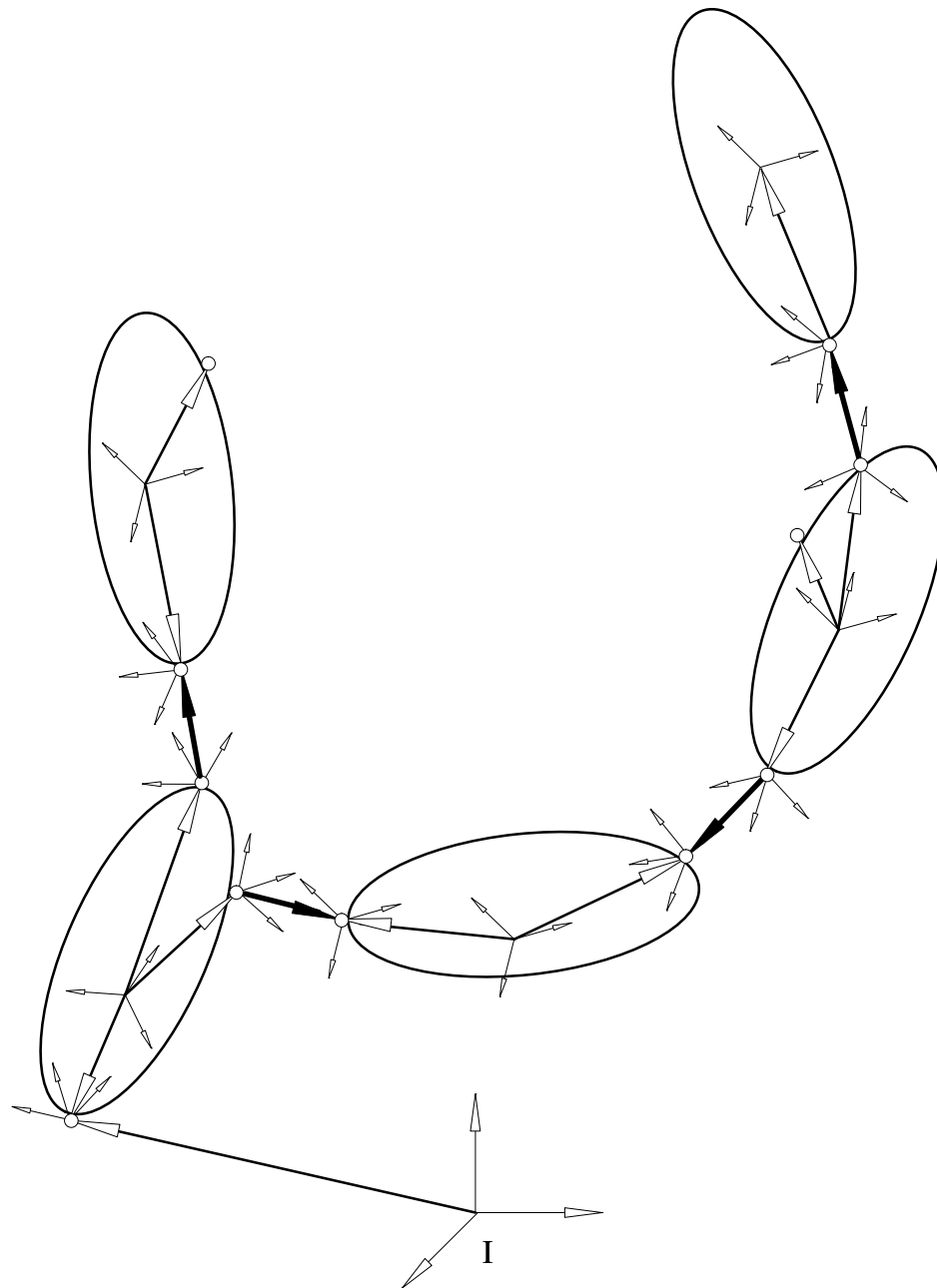


Bild 3.6 Modularer Aufbau

Die beiden zur Verbindung der Blöcke ausgewählten Koordinatensysteme können

- ein und dasselbe Element identisch beschreiben (dann verschwindet der Ortsvektor und die Drehungsmatrix ist die Einheitsmatrix) oder
- ein und dasselbe Element verschieden beschreiben (d.h. im ersten Block wird die Lage anders beschrieben als im zweiten Block) oder
- zwei verschiedene Elemente darstellen.

3.4.2.3 Behandlung der doppelt beschriebenen Elemente

Wie oben dargelegt, kann es beim modularen Aufbau vorkommen, daß ein Element durch zwei verschiedene Koordinatensysteme beschrieben wird. Als anschauliches Beispiel seien hier zwei Blöcke gewählt, die jeweils einen Starrkörper mit allen anliegenden Lagern beschreiben. Sind die beiden Starrkörper durch ein Lager verbunden, so wird dieses in jedem der beiden Blöcke beschrieben. Die Beschreibung des Lagers ist in der Regel im ersten und zweiten Block unterschiedlich, siehe Bild 3.7. Es existieren somit zwei Beschreibungen für dasselbe Lager.

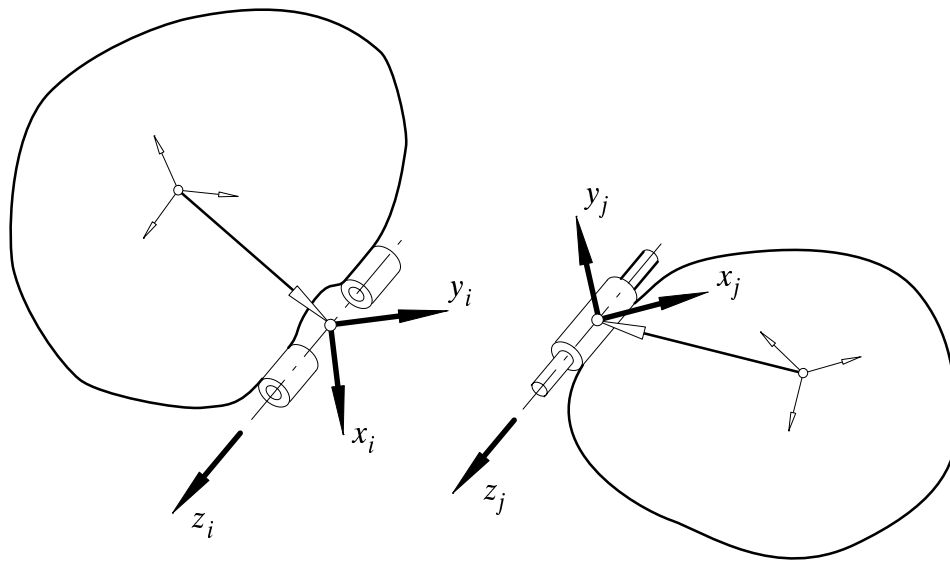


Bild 3.7 Doppelt beschriebenes Element (Lager)

Eine doppelte Beschreibung eines physikalischen Elements ist natürlich nicht sinnvoll. Zur Vermeidung solcher Doppeldeutigkeiten gibt es verschiedene Möglichkeiten. Diese sollen am Beispiel des doppelt beschriebenen Lagers erläutert werden.

1. Möglichkeit: Bei der Beschreibung der beiden Blöcke wird festgelegt, daß beide Systeme A und B Lager sind. Bei der Verbindung der beiden Blöcke wird dann eines der beiden Systeme zu einem Hilfssystem zurückgestuft. Das Lager wird dann in eindeutiger Weise durch das andere Koordinatensystem beschrieben.
2. Möglichkeit: Bei der Beschreibung der beiden Blöcke werden die Systeme zunächst als Hilfssysteme deklariert. Bei der Verbindung der Blöcke wird dann eines der beiden Systeme zu einem Lager erklärt.

3. Möglichkeit: Bei der Beschreibung der beiden Blöcke wird nur eines der beiden Koordinatensysteme als Lager das andere als Hilfssystem deklariert. Bei der Verbindung der beiden Blöcke ist dann keine Umdeklarierung erforderlich.

Jede Methode hat Vor- und Nachteile. Bei der dritten Methode ist eine große Vorausschau erforderlich, während bei der ersten und zweiten Methode erst bei Verknüpfen der Blöcke entschieden werden muß.

3.4.2.4 Schleifenbehandlung

Die Schleifenbehandlung erfolgt ähnlich wie beim konstruktiven Aufbau durch die doppelte Beschreibung eines Koordinatensystems. Schleifen können innerhalb eines Systemblocks auftreten oder erst durch das Zusammenfügen der Blöcke entstehen. Bei der Beschreibung einer Verbindung, die eine Schleife schließt, sind keine Besonderheiten zu beachten.

3.4.3 Vergleich der Methoden

Der konstruktive Aufbau ist zunächst das einfachere und anschaulichere Vorgehen. Man baut das Mehrkörpersystem sukzessive auf, indem man sich von Element zu Element vorarbeitet. Der konstruktive Aufbau umfaßt die absolute Beschreibung, da es dem Benutzer natürlich freigestellt ist, alle Koordinatensysteme bezüglich des Inertialsystems zu beschreiben.

Der modulare Aufbau enthält zusätzliche Möglichkeiten. Zwei Gebiete, für die der modulare Aufbau nützlich ist, seien hier genannt. Zum einen kann ein Mehrkörpersystem aus Blöcken aufgebaut werden, die jeweils einem Starrkörper entsprechen. Dies ist z.B. dann sinnvoll, wenn die Geometrie der Starrkörper mit der Lage der Lager, Knotenpunkte, etc. schon aus anderen Programmen, etwa CAD-Programmen, bekannt ist. Diese Daten können dann zu einem Systemblock zusammengefaßt werden. Leider sind – da die Ausgaben der CAD-Programme nicht standardisiert sind – dafür noch Datenanpassungen erforderlich.

Als zweites können – um ein Beispiel aus dem Automobilbau zu verwenden – verschiedene Hinterachsmodelle zu jeweils einem Block zusammengefaßt und mit verschiedenen Modellen eines Fahrzeugaufbaus kombiniert werden. Ein solcher modularer Aufbau bringt eine Vielzahl von Kombinationsmöglichkeiten. Verfeinert man die Struktur, so kann man das Auto aus seinen "Einzelteilen" zusammensetzen.

Der konstruktive Aufbau ist ein Spezialfall des modularen Aufbaus. Neben der Tatsache, daß hier nur ein Modul vorliegt, ist die Beschreibungsrichtung immer nach außen, d.h. vom Inertialsystem weg gerichtet. Das durch Moduln ("Blöcke") aufgebaute Gesamtsystem enthält dagegen keinerlei Struktur. Die Beschreibungsrichtung ist innerhalb des Systems teilweise nach innen und teilweise nach außen gerichtet. Außerdem ist die Reihenfolge der Beschreibung ohne jede Ordnung.

4 BESCHREIBUNG DER KINETISCHEN GRÖSSEN

Zur Formulierung der Bewegungsgleichung eines Mehrkörpersystems ist noch die Angabe der massengeometrischen Größen und der eingprägten Kräfte und Momente notwendig.

4.1 Masse und Tragheitstensor

Masse und Tragheitstensor sind die massengeometrischen Größen eines starren Körpers. Die Beschreibung der Massen ist unproblematisch, da es sich um Skalare handelt. Für den Tragheitstensor gibt es zwei wichtige Koordinatensysteme

- das Koordinatensystem, in dem er angegeben wird, und
- das Koordinatensystem, in dem die Eulersche Gleichung aufgestellt wird.

Die beiden Systeme sollten wie schon gezeigt nicht zu weit auseinander liegen. Andererseits sind Einschränkungen bei der Erstellung der Newton–Euler–Gleichungen, etwa durch die Forderung der Gleichheit der beiden Systeme, auch nicht wünschenswert.

Es gibt folgende sinnvolle Möglichkeiten:

1. Angabe des Tragheitstensors im körperfesten System und Erstellung der Newton–Euler–Gleichungen im körperfesten System. Hierbei hat der Tragheitstensor eine einfach Form und ist zeitinvariant; es ist keine Transformation notwendig.
2. Angabe des Tragheitstensors im körperfesten System und Erstellung der Newton–Euler–Gleichungen in einem anderen Systemen, etwa dem Inertialsystem. Der Tragheitstensor ist in das System der Newton–Euler–Gleichungen umzurechnen. Nur für kleinere Probleme sinnvoll.
3. Wie 2. unter Ausnutzung von Komprimierungsmöglichkeiten (siehe Abschnitt 5.2). Der Tragheitstensor wird transformiert, ausgegeben und anschließend ”komprimiert”. Die weitere Rechnung erfolgt dann mit den eingeführten Abkürzungen. Die Symmetrie des Tragheitstensors wird beachtet.
4. Angabe des Tragheitstensors in dem System, in dem die Newton– Euler–Gleichungen aufgestellt werden. Die Ermittlung des Tragheitstensors in diesem System muß dann vor Auswertung der Newton–Euler–Gleichungen durch numerische oder symbolische Transformation erfolgen.

Bei speziellen Problemstellungen können auch andere Vorgehensweisen sinnvoll sein.

4.2 Berechnung der eingprägten Kräfte und Momente

Die Kräfte und Momente bilden die rechte Seite der Newton–Euler– Gleichungen, siehe Abschnitt 2.2. Dabei fallen die Zwangskräfte und –momente bei der Reduktion der Newton–Euler–Gleichungen auf die Bewegungsgleichungen weg und brauchen nicht angegeben werden.

4.2.1 Eingeprägte Kräfte und Momente auf die Starrkörper

Auf jeden Körper können eingeprägte Kräfte und Momente $\mathbf{f}_i^e$ und $\mathbf{l}_i^e$ wirken. Diese Kräfte und Momente sind dabei in dem System anzugeben, in dem die Newtonsche und Eulersche Gleichung für diesen Körper ausgewertet werden. Die Angabe der Kräfte $\mathbf{f}_i^e$ und der Momente $\mathbf{l}_i^e$ ist in der Regel nicht so einfach zu bewerkstelligen; sie bedarf einiger vorbereitender Rechnungen.

Die eingeprägten Kräfte und Momente haben verschiedene Ursachen. Die Gewichtskraft hat dabei eine Sonderstellung, sie tritt bei den meisten Systemen auf und wirkt auf alle Körper gleichermaßen. Weitere technisch relevante Kräfte und Momente rühren von Koppellementen her. Sie wirken nur auf einen oder zwei Körper des Mehrkörpersystems.

Die in den Newton–Euler–Gleichungen benötigten eingeprägten Kräfte und Momente lassen sich aus den einfacher zu beschreibenden Kräften/Momenten der Koppellemente sowie der Gewichtskraft berechnen. Als Hilfsmittel stehen die Knotenpunkte zur Verfügung. Eine solche Vorgehensweise stellt gegenüber der Angabe der auf die Körper eingeprägten Kräfte und Momente eine erhebliche Erleichterung dar. Das Umrechnen auf die in den Newton–Euler–Gleichungen benötigten Größen wird dabei vom Programm übernommen.

4.2.2 Gewichtskräfte

In den meisten Fällen wird das Mehrkörpersystem durch Gewichtskräfte belastet. Zur Beschreibung der Kraftwirkung kann für jeden Körper ein Kraftvektor angegeben werden. Bei einem solchen Vorgehen werden jedoch die charakteristischen Eigenschaften der Gewichtskraft, daß alle Kräfte dieselbe Richtung haben und proportional zur Masse des Körpers sind, nicht berücksichtigt.

Der Beschreibungsaufwand kann durch die globale Definition der Gravitation erheblich reduziert werden. Dazu muß lediglich die Gravitationsbeschleunigung definiert werden. Dies geschieht durch die Festlegung

- der Richtung der Gravitation und
- einer Größe, welche die Beschleunigung infolge der Gravitation angibt.

Durch diese beiden Angaben wird die gesamte Wirkung der Gewichtskräfte beschrieben.

4.2.3 Koppellemente

Koppellemente wirken stets zwischen einem Körper und der Umwelt oder zwischen zwei Körpern. Bei den Kräften/Momenten spricht man im erstgenannten Fall von äußeren Kräften/Momenten, die zweitgenannten heißen innere Kräfte/Momente.

Um den Einfluß der durch ein Koppellement erzeugten Kraftwirkung auf die Körper zu beschreiben, sind nur wenige Angaben erforderlich. Zunächst sind die Körper festzulegen, auf die das Koppellement wirkt. Bei einer äußeren Kraft ist nur ein Körper zu benennen, bei einer inneren Kraft zwei. Bei inneren Kräften ist das Gegenwirkungsprinzip zu beachten. Die Beschreibung der Kraft selbst kann in jedem beliebigen Koordinatensystem erfolgen. Die Umrechnung ist u.U. aufwendig, aber trivial. Bei inneren Kräften muß die Kraft ggf. in zwei verschiedene Systeme transformiert werden.

Verschwiegen werden soll indes nicht, daß auch die Berechnung der in den Koppellementen erzeugten Kräfte und Momente noch eines gewissen Aufwandes bedarf. So gehen bei passiven Elementen (Feder, Dämpfer) die Positionen bzw. die Positionen und Geschwindigkeiten der beiden Endpunkte des Elements in die Berechnung der Kraft bzw. des Moments ein. Insbesondere macht die Berechnung der Kräfte und Momente in symbolischer Form Schwierigkeiten. Das liegt daran, daß schon zur Beschreibung der Kraftgesetze einfacher Koppellemente, wie einer linearen Feder oder eines linearen Dämpfers, Operationen, wie die Betragsbildung eines Vektors, Wurzelziehen oder Divisionen notwendig sind, die von NEWEUL nicht verarbeitet werden können. Darüber hinaus treten in der weiteren Rechnung im allgemeinen keine Vereinfachungsmöglichkeiten auf, die die symbolische Angabe der Kraft als sinnvoll erscheinen lassen. Zum anderen zeigen die Aufgaben der Praxis, daß bei realen Anwendungen nur höchst selten standardisierte Koppellemente wie lineare Federn vorhanden sind. Die Kennlinien der Federn und Dämpfer sind meist nichtlinear, weisen Knicke, Sprünge oder Hysterese auf, deren geschlossene formelmäßige Beschreibung äußerst schwierig ist. Oft sind deshalb überhaupt nur Kennfelder vorhanden, aus denen dann die Kräfte durch Approximation ermittelt werden. Aus diesem Grunde ist i.d.R. für Kräfte und Momente von Koppellemente die numerische Berechnung weit besser geeignet als die symbolische.

4.2.4 Knotenpunkte

Ein weiteres Hilfsmittel zur Beschreibung der eingprägten Kräfte und Momente ist die Verwendung von Knotenpunkten. Knotenpunkte dienen zur Vereinfachung bei nicht im Massenmittelpunkt, d.h. dezentral angreifenden eingprägten Kräften.

Die in den Newton–Euler–Gleichungen auftretenden Kräfte und Momente $\mathbf{f}_i^e$ und $\mathbf{l}_i^e$ sind stets auf die Massenmittelpunkte der Körper bezogen. Die Wirkung eines dezentral angreifenden Koppellements auf einen Körper führt bezüglich des Massenmittelpunktes auf eine Kraft und ein Moment. Wird durch das Koppellement eine Kraft $\mathbf{F}$ erzeugt, so ist die Momentwirkung bzgl. des Massenmittelpunktes durch $\mathbf{h} \times \mathbf{F}$ gegeben, wobei $\mathbf{h}$ die Lage des Angriffspunktes bezogen auf den Massenmittelpunkt beschreibt, siehe Bild 4.1.

Zur Definition der Wirkung des dezentral angreifenden Koppellements kann nun die Kraft $\mathbf{F}$ und das Moment $\mathbf{M} = \mathbf{h} \times \mathbf{F}$ angegeben werden. Dieselbe Wirkung kann aber auch bei Verwendung eines Knotenpunktes durch die Angabe der Kraft und des Hebelarms $\mathbf{h}$ festgelegt werden. Diese Beschreibung ist in der Regel weniger aufwendig, da die Berechnung des Momentes vom Programm übernommen wird. Da die Bestimmung der Positionen und Geschwindigkeiten in der Regel mit Beobachtungspunkten vorgenommen wird, ist der Beobachtungspunkt, sofern er sich auf einem Starrkörper befindet, auch als Knotenpunkt zugelassen.

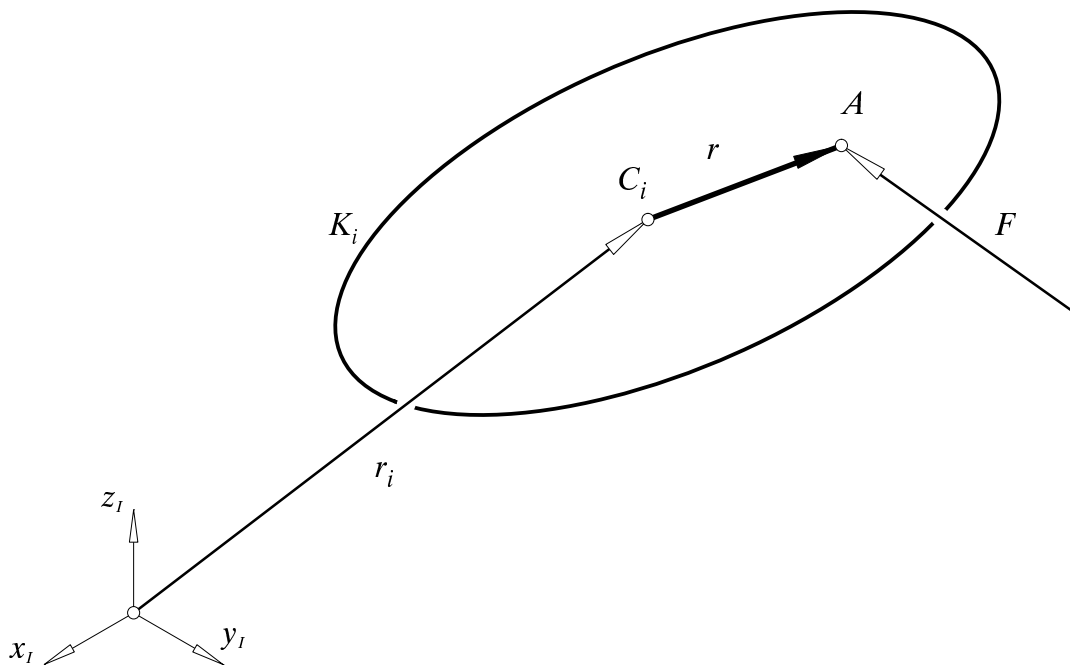


Bild 4 Zur Anwendung von Knotenpunkten

5 BESONDERE MÖGLICHKEITEN DES PROGRAMMSYSTEMS

Neben dem Erstellen der Bewegungs- und Reaktionsgleichungen in symbolischer Form gibt es noch zwei besondere Möglichkeiten, die den Umfang der erzeugten Ergebnisse erheblich verkürzen können. Dies ist der Einsatz von Gleitkommazahlen und die Verwendung der Komprimierungsmöglichkeiten. Außerdem wird in diesem Kapitel noch die Ermittlung der Bindungsgleichungen geschlossener Schleifen dargestellt.

5.1 Rechnen mit Gleitkommazahlen

In vielen Fällen sind bei der Modellierung eines Mehrkörpersystems für eine ganze Anzahl von Parametern (Längen, Massen, Trägheitstensenoren, usw.) die Zahlenwerte bekannt. Hier kann es sinnvoll sein, diese Parameter nicht durch symbolische Variablen darzustellen, sondern gleich den numerischen Wert einzusetzen. Dadurch geht zwar einerseits ein Teil der allgemeinen symbolischen Darstellung verloren, andererseits wird das Ergebnis dadurch kompakter. Im folgenden wird auf diese spezielle Problematik näher eingegangen und es werden die sich daraus für den Programmablauf sowie die Eingaben ergebenden Folgerungen erläutert.

5.1.1 Problematik beim Rechnen mit Gleitkommazahlen

Da das Programm Gleitkommazahlen mit der von der jeweiligen Rechenanlage für DOUBLE PRECISION – Größen vorgesehenen Gleitkomma – Arithmetik verarbeitet, werden auch alle sich daraus ergebenden Rundungsfehlerprobleme auf NEWEUL übertragen.

Dazu ein warnendes **Beispiel**:

Angenommen im Laufe der Berechnungen tritt ein symbolischer Ausdruck der Form $A+B-B$ auf. Dieser Ausdruck wird von NEWEUL normalerweise wie üblich zu dem Ausdruck A vereinfacht. Dagegen **kann** es in Ausnahmefällen (abhängig von der verwendeten Rechenanlage) vorkommen, daß das Programm bedingt durch Rundungsfehler den Ausdruck

$$A + 1.E-14 * B$$

erzeugt und auch in dieser Form ausgibt. Der daraus im Einzelfall für die numerische Integration bzw. die Eigenwertberechnung resultierende Fehler hängt von den Werten ab, die A und B annehmen können (was dem Programm natürlich nicht bekannt sein kann). Ist z.B. $A=1$ und $B=1.E+14$, so ergibt sich statt des (richtigen) Ergebnis 1 das (falsche) Ergebnis 2.

Um diesen Fehler wo immer möglich zu vermeiden, aber auch um die erzeugten Bewegungsgleichungen nicht durch die Ausgabe nichtsignifikanter Faktoren unnötig zu vergrößern, werden programmintern **alle** Gleitkommakonstanten, deren absoluter Betrag eine kleine, positive Größe `eps` unterschreitet, durch den Zahlenwert Null ersetzt. Daraus ergibt sich auch, daß Gleitkommazahlen die sich um weniger als den Betrag `eps` voneinander unterscheiden, als gleich angesehen werden.

Dieser Sachverhalt soll an einem Beispiel erläutert werden. Der Ausdruck

$$1.00000001 * \sin(AL) ** 2 + \cos(AL) * 2$$

wird im Falle $\text{eps}=1.E-14$ unverändert, und im Falle $\text{eps}=1.E-7$ als 1. ausgegeben.

Die hier gewählte Vorgehensweise hat allerdings noch eine andere, für den Anwender wichtige Konsequenz. Erfolgen die Eingaben so, daß (etwa durch ungeschickte Wahl der physikalischen Einheiten) signifikante Faktoren, dem Betrag nach von vornherein schon kleiner als eps sind, so entstehen unter Umständen völlig unbrauchbare Ergebnisse. Werden die physikalischen Einheiten jedoch vernünftig gewählt. So ergeben sich in der Regel keinerlei Schwierigkeiten dieser Art.

Der genaue Zahlenwert für eps ist programmintern vorgegeben und hängt wesentlich von der auf der jeweiligen Rechenanlage verfügbaren Rechengenauigkeit ab. Auf der Rechenanlage VAX 780 ist z.B. $\text{eps}=1.E-10$ gesetzt. Weitere für das Rechnen mit Gleitkommazahlen charakteristische Größen sind die Zahl der bei der Eingabe zugelassenen Zeichen für eine Zahlenkonstante, sowie die Zahl der signifikanten Stellen nach dem Dezimalpunkt bei der Ausgabe durch das Programm. Sämtliche hier erwähnten Steuergrößen können nur im Programm selbst geändert werden. Wie man dabei vorzugehen hat, ist jedoch in der Programmquelle durch Kommentartexte ausführlich beschrieben. Vor der Veränderung der Steuergröße eps wird jedoch ausdrücklich gewarnt!

5.1.2 Eingabe von Gleitkommazahlen

Die Eingabe von Gleitkommazahlen entspricht vollständig dem FORTRAN-G-Format. Die Zahlen können mit oder ohne Exponent angegeben werden, darüber hinaus können auch Integerzahlen eingegeben werden. Beispiele für zulässige Eingaben sind

1.5 , 2 , 2. , 0.73 , .5 , 1.2E-5 , 12E00

Die Zahlen können unter Beachtung der Syntaxregeln, siehe Kapitel 7, an jeder Stelle der Eingaben stehen.

5.1.3 Numerische Größen

Neben der Möglichkeit die Gleitkommazahlen direkt in die Eingaben der zu definierenden Größen (Ortsvektor, Kraft, Trägheitstensor, usw.) einzugeben, besteht noch die Möglichkeit symbolische Parameter vom Programm durch entsprechende Zahlenwerte ersetzen zu lassen. Hierbei erfolgt die Beschreibung der zu definierenden Größen vollsymbolisch, den zahlenmäßig bekannten Parametern wird an einer gesonderten Stelle der numerische Wert zugewiesen. Dieses Vorgehen hat mehrere Vorteile:

- Die Beschreibung des Systems und die Zuweisung der zahlenmäßigen Werte sind vollständig entkoppelt
- Numerische Größen, die an mehreren Stellen auftreten, müssen nur einmal angegeben werden.
- Die numerischen Angaben sind leichter kontrollierbar und korrigierbar.

Mit Hilfe der numerischen Größen können bei einem allgemein beschriebenen System Parametern auch nachträglich Zahlenwerte zugewiesen werden.

5.1.4 Ausgabe von Gleitkommazahlen

Gleitkommazahlen werden vom Programm stets im FORTRAN-G-Format ausgegeben, d.h. die Ausgabe erfolgt ohne Angabe des Exponenten sofern dies bei der Ausgabe keinen Genauigkeitsverlust nach sich zieht. Für eine Gleitkommazahl werden maximal 6 gültige Stellen ausgegeben, die Ausgabe erfolgt immer mit Dezimalpunkt. Ist der Faktor 1 multiplikativ mit symbolischen Variablen verknüpft, so wird die Zahl nicht ausgegeben.

5.2 Komprimierung der Bewegungsgleichungen

Bei Mehrkörpersystemen mit vielen Freiheitsgraden und komplizierter nichtlinearer Kinematik übersteigt der Bedarf an Rechenzeit und Speicherplatz bei der Erstellung von vollständig symbolischen Bewegungsgleichungen häufig die zur Verfügung stehenden Möglichkeiten. Weiterhin erschwert der Umfang der generierten symbolischen Ausdrücke sowohl die numerische Auswertung als auch die physikalische Interpretation der Gleichung. Aus diesem Grund bietet NEWEUL zusätzlich die Möglichkeit, Bewegungsgleichungen in komprimierter Form zu berechnen.

5.2.1 Vorgehensweise

Bei der Komprimierung der Bewegungsgleichungen werden zunächst gewisse, im Programmablauf genau festgelegte Größen, kinematischen Größen der einzelnen Körper, vollständig symbolisch berechnet. Anstatt nun mit diesen meist schon recht umfangreichen Größen weiterzurechnen, werden diese ausgegeben und anschließend durch eine indizierte Variable ersetzt, d.h. der gesamte Ausdruck wird durch eine einzige Variable abgekürzt. Die weitere Rechnung erfolgt dann mit dieser Abkürzung.

Der Umfang der so berechneten "komprimierten" Bewegungsgleichungen ist im allgemeinen um ein vielfaches kleiner als der von nicht komprimierten Bewegungsgleichungen.

Diese Vorgehensweise widerspricht auf den ersten Blick der Philosophie der symbolischen Berechnung. Durch die Einführung von Abkürzungen wird das Herausheben von Ausdrücken im weiteren Verlauf der Berechnung verhindert. Gleiche Terme, trigonometrische Funktionen und Vereinfachungen können nicht mehr erkannt werden, wenn Teile der Ausdrücke in Abkürzungen "versteckt" sind. Solche Situationen werden jedoch durch eine geeignete Wahl der Abkürzungsstellen weitgehend vermieden. Anzumerken ist außerdem noch, daß die eingeführten Abkürzungen stets physikalisch leicht interpretierbare Größen darstellen.

5.2.2 Einfache Komprimierung

Bei der Komprimierung der Bewegungsgleichungen gibt es verschiedene Stufen, bei denen die Gleichungen unterschiedlich stark komprimiert werden. Das oben Gesagte soll jetzt an der einfachsten Komprimierungsstufe erläutert werden.

Zunächst werden für jeden Körper die kinematischen Größen, d.h. im einzelnen

- die Jacobimatrizen der Translation, $\mathbf{J}_{Ti}$, bzw. $\mathbf{L}_{Ti}$, und der Rotation, $\mathbf{J}_{Ri}$, bzw. $\mathbf{L}_{Ri}$,
- die nicht von $\dot{\mathbf{z}}$ (bzw. $\ddot{\mathbf{y}}$) abhängigen Anteile der Beschleunigungen, $\bar{\mathbf{a}}_i$ und $\bar{\boldsymbol{\alpha}}_i$, sowie

- die Winkelgeschwindigkeiten ω_i ,

in vollständig symbolischer Form berechnet und ausgegeben.

Für die nichtverschwindenden Elemente dieser Vektoren und Matrizen werden dann sinnvolle Abkürzungen eingeführt, siehe Abschnitt 6.6. Mit diesen Abkürzungen werden die Newton–Euler–Gleichungen erstellt und die Reduktion auf die Bewegungsgleichungen vorgenommen.

Anmerkung: Die Darstellung der angegebenen Vektoren und Matrizen hängt wesentlich von den Systemen ab, in denen die Newton–Euler–Gleichungen aufgestellt werden. Die sorgfältige Wahl der Systeme hat daher in diesem Fall einen großen Einfluß auf die Länge der bei der Simulation numerisch auszuwertenden symbolischen Ausdrücke.

5.2.3 Rekursive Komprimierung

Bei der im vorigen Abschnitt exemplarisch aufgezeigten Komprimierung wurden die kinematischen Größen der einzelnen Körper unabhängig voneinander berechnet. Bei großen Systemen mit langen Ketten können diese Ausdrücke so lang werden, daß eine weitere Komprimierung angezeigt ist. Der Begriff ”lang” ist dabei relativ, schon bei drei Gliedern können die entsprechenden Ausdrücke so umfangreich werden, daß eine symbolische Auswertung fraglich erscheint. Hier schafft die rekursive Komprimierung Abhilfe.

Voraussetzung der rekursiven Komprimierung ist die Anwendung der relativen Beschreibung, siehe Abschnitt 3.3. Dies bedeutet in der Praxis jedoch keine Einschränkung, da bei entsprechend komplexen Systemen die relative Beschreibung ohnehin zum Tragen kommt.

Das Anwachsen des Umfangs der kinematischen Größen soll an der translatorischen Beschleunigung des 5. Körpers in einer Kette aufgezeigt werden. Bei der Berechnung der kinematischen Größe des 5. Körpers gehen die schon sehr umfangreichen Ergebnisse der kinematischen Größen des 4. Körpers ein. Zum Teil treten sie direkt im Ergebnis auf, zum Teil werden sie mit anderen relativen Größen verknüpft. Bei der translatorischen Beschleunigung

$$\mathbf{a}_5 = \mathbf{a}_4 + \mathbf{a}_{45} + \boldsymbol{\alpha}_4 \times \mathbf{r}_{45} + 2 \boldsymbol{\omega}_4 \times \mathbf{v}_{45} + \boldsymbol{\omega}_4 \times (\boldsymbol{\omega}_4 \times \mathbf{r}_{45})$$

erscheint die translatorische Beschleunigung $\mathbf{a}_4$ direkt im Ergebnis, die Größen $\boldsymbol{\alpha}_4$ und $\boldsymbol{\omega}_4$ treten z.T. mehrmals mit relativen Größen verknüpft auf. Bei der Auswertung der kinematischen Größen des 5. Körpers müssen die enthaltenen kinematischen Größen des 4. Körpers mit ausgewertet werden, obwohl sie bei der Abarbeitung des 4. Körpers schon berechnet wurden.

Dieses Dilemma läßt sich durch die Einführung einer rekursiven komprimierten Rechnung verhindern. Dabei werden jeweils die kinematischen Größen eines Körpers berechnet und ausgegeben. Diese Größen werden vor der Berechnung der kinematischen Größen des nächsten Körpers komprimiert, d.h. die Ausdrücke werden durch ein Abkürzungen ersetzt. Mit diesen Abkürzungen wird weitergerechnet; in den kinematischen Größen des nächsten Körpers tauchen nur noch die Abkürzungen auf.

Mit der Einführung der rekursiven Komprimierung wird die mehrfache Auswertung eines symbolischen Ausdrucks vermieden. In diesem Sinne kommt die komprimierte Berechnung einer Rechnung, wie man sie intelligent von Hand durchführen würde, sehr viel näher als das sture Einsetzen der gewonnenen symbolischen Ergebnisse bei einer vollsymbolischen Rechnung.

5.2.4 Komprimierungsstufen

Bei der Komprimierung gibt es verschiedene Komprimierungsstufen, die je nach Größe des Problems und gewünschter Kompaktheit der Ergebnisse gewählt werden können. Bei der Einführung der Abkürzungen wird stets darauf geachtet, daß diese mechanisch interpretierbare Größen darstellen. Die einzelne Komprimierungsstufen sind im folgenden erläutert.

Bei der **Komprimierungsstufe 0** wird keine Komprimierung vorgenommen. Die Ergebnisse sind vollständig in den eingegebenen oder durch automatische Ableitungsbildung erzeugten Variablen beschrieben und enthalten keine Abkürzungen.

In der **Komprimierungsstufe 1** werden die kinematischen Größen der Körper, d.h. die Elemente der Winkelgeschwindigkeiten, der Jacobimatrizen und der lokalen Beschleunigungen, abgekürzt. Die abgekürzten Größen selber enthalten dabei keine weiteren Abkürzungen. Mit den abgekürzten Größen werden die Newton–Euler– Gleichungen erstellt, die Reduktion der Bewegungsgleichungen erfolgt mit der komprimierten Jacobimatrix.

In der **Komprimierungsstufe 2** werden zusätzlich die Elemente der kinematischen Größen der Referenzsysteme, der eingepprägten Kräfte und Momente sowie der Trägheitstensoren abgekürzt. In den kinematischen Größen der Körper treten die Anteile, die auf die Bewegung des Referenzsystems zurückzuführen sind, über die abgekürzten Größen der Referenzsysteme auf.

In der **Komprimierungsstufe 3** kommt die rekursive Komprimierung zum Tragen. In den kinematischen Größen eines Körpers treten die kinematischen Größen des Bezugskörpers in abgekürzter Form auf. Dies führt insbesondere bei langen Ketten zu erheblichen Einsparungen. Die Komprimierung der Ausdrücke zur Beschreibung der Referenzsysteme bleibt erhalten. Beim Auftreten von mehreren Referenzsystemen wird bei diesen ebenfalls rekursiv komprimiert. Ebenso werden die kinematischen Größen der Lagerbeschreibungen und, falls angefordert, die Animationsdaten komprimiert ausgegeben.

Bei einer **Komprimierung der Stufe 4** werden zusätzlich zu den Komprimierungen der Stufe 3 noch Größen für die Beobachtungspunkte rekursiv komprimiert.

Bei der **Komprimierungsstufe 5** werden darüber hinaus noch Knotenpunktskräfte und, falls die NEWTON–EULER Gleichungen in den körperfesten Koordinatensystemen aufgestellt werden ($NEGST=1$), die Gewichtkräfte rekursiv komprimiert ausgegeben.

Eine vollständige Komprimierung aller Koordinatensystembeschreibungen ist mit der **Komprimierungsstufe 6** möglich. Bei den kinematischen Größen der Starrkörper und Massenpunkte sind bei dieser Komprimierungsstufe keine trigonometrischen Vereinfachungen und Linearisierungen mehr möglich. Diese Komprimierung ist nur in speziellen Anwendungsfällen zweckmäßig.

5.3 Bindungsgleichungen kinematischer Schleifen

Die formale Beschreibung von Schleifen durch doppelte Definition eines Koordinatensystems wurde schon in Abschnitt 3.4 dargestellt. Die Wahl der verallgemeinerten Koordinaten sowie die Festlegung der Hilfsvariablen ist ein ingenieurmäßiges Problem und bleibt dem Benutzer überlassen. Hier will, kann und soll das Programm dem Benutzer den Zwang und die Freiheit der Fest-

legung der systembeschreibenden Größen nicht abnehmen. Für die danach anfallenden rechen-technischen Aufgaben werden jedoch ein Reihe von Hilfestellungen gegeben.

5.3.1 Aufbau der Bindungsgleichungen

Der Zusammenhang zwischen den Hilfsvariablen und den verallgemeinerten Koordinaten ist im allgemeinen stark nichtlinear. In den Zusammenhang gehen die geometrischen Größen ein, bei der expliziten Berechnung treten häufig inverse trigonometrische Funktionen auf.

Eine andere Darstellung des Zusammenhangs sind die Bindungsgleichungen. Sie stellen eine implizite Abhängigkeit zwischen den verallgemeinerten Koordinaten und den Hilfsvariablen dar. Man erhält sie durch folgende Betrachtung: Zur Beschreibung der kinematischen Schleife wird ein Element doppelt beschrieben. Damit existieren für dieses Element zwei verschiedene Koordinatensysteme, die, da sie ein und dasselbe Element beschreibendeckungsgleich sein müssen. Beschreibt man nun das eine Koordinatensystem relativ zum anderen, indem man den Weg über die Schleife geht, so erhält man eine Beziehung, in der die verallgemeinerten Koordinaten und Hilfsvariablen dieser Schleife auftreten. Die Beschreibung erfolgt durch die Angabe des Ortsvektors vom Ursprung des einen zum Ursprung des anderen Systems und durch Bilden der Drehungsmatrix vom ersten ins zweite System. Da die beiden Systeme deckungsgleich sind, muß der Ortsvektor verschwinden und die Drehungsmatrix muß zur Einheitsmatrix werden. Damit hat man die vektoriellen Gleichungen

$$\mathbf{r}_{\text{Bind}} = \mathbf{0} \quad , \quad \mathbf{S}_{\text{Bind}} = \mathbf{E}$$

mit zusammen 12 skalaren Beziehungen. Bindungsvektor und Bindungsmatrix werden vom Programm ermittelt und ausgegeben.

Von diesen 12 Gleichungen sind allerdings nur 6 unabhängig. Die 6 übrigen Komponenten entfallen durch die Orthonormalitätsbedingung der Drehungsmatrix. Die unabhängigen Gleichungen reichen aus, um die Hilfsvariablen zu ermitteln.

Die Bindungsgleichungen können nun auf verschiedene Weise verwendet werden. Zunächst kann aus ihnen in vielen Fällen die Hilfsvariable in analytischer Form ermittelt werden. Beschreibt die Hilfsvariable eine rotatorische Bewegung, so wird in der Regel die Hilfsvariable selbst gar nicht benötigt, sondern nur die Winkelfunktionen sin und cos der Hilfsvariablen. Ist die analytische Berechnung nicht möglich oder wird sie nicht gewünscht, so können die Bindungsgleichungen während der weiteren Rechnung numerisch gelöst werden. Die Gleichungen sind dann jedoch für jeden Zeitpunkt neu zu lösen, so daß die Berechnung aufwendiger wird.

5.3.2 Ableitungen der Hilfsvariablen

Während des Aufstellens der Newton–Euler–Gleichungen werden die Ortsvektoren und Drehungsmatrizen aller Körpern differenziert. Enthalten diese Hilfsvariablen, so werden die Hilfsvariablen mitdifferenziert. Die Ableitungen der Hilfsvariablen können implizit aus den Bindungsgleichungen ermittelt werden.

Leitet man die Bindungsgleichungen nach den beteiligten verallgemeinerten Koordinaten ab, so treten dabei naturgemäß auch die Ableitungen der Hilfsvariablen nach dieser Größe auf. Für den Ortsvektor und die Drehungsmatrix der Bindungsgleichungen werden die Ableitungen

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial y_i} \quad , \quad \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial y_i} \mathbf{S}^T$$

gebildet. Das Vorgehen bei der Drehungsmatrix entspricht der Berechnung der Winkelgeschwindigkeit, vgl. (2.6).

Die Ableitungen der Hilfsvariablen treten in dieser Gleichung nur linear auf. Faßt man die Ableitungen der an der Schleife beteiligten Hilfsvariablen zu einem Vektor $\mathbf{h}_1$ zusammen, so kann man die durch die Ableitung erhaltenen Gleichungen als eine lineare Vektorgleichung der Form

$$\mathbf{A} \mathbf{h}_1 = \mathbf{r}_1$$

darstellen.

Die Koeffizientenmatrix $\mathbf{A}$ und die rechte Seite $\mathbf{r}_1$ werden vom Programm ermittelt und ausgegeben. Beide Größen enthalten nur Ausdrücke, die von den verallgemeinerten Koordinaten, den Hilfsvariablen und den geometrischen Parametern abhängen.

Eine symbolische Auswertung der Ableitungen ist nur noch in wenigen Spezialfällen sinnvoll. In der Regel ist eine numerische Auswertung angezeigt.

Zur Ermittlung der zweiten Ableitungen werden die Ausdrücke nochmals nach den unabhängigen Größen abgeleitet. Auch in diesen Gleichungen treten die zweiten Ableitungen nur linear auf. Faßt man die Gleichungen wieder zu einer Vektorgleichung zusammen und spaltet die zweiten Ableitungen ab, so erhält man

$$\mathbf{B} \mathbf{h}_2 = \mathbf{r}_2$$

Dabei ist $\mathbf{h}_2$ der Vektor mit den zweiten Ableitungen der Hilfsvariablen. Die Matrix $\mathbf{B}$ und der Vektor $\mathbf{h}_2$ werden wiederum von Programm ermittelt und ausgegeben.

Für den nicht seltenen Sonderfall, daß die Hilfsvariablen nur von einer verallgemeinerten Koordinate abhängen, ist noch eine Besonderheit anzumerken. In diesem Fall sind die Matrix $\mathbf{A}$ und die Matrix $\mathbf{B}$ identisch, so daß diese nur einmal ausgewertet werden muß.

Mit Hilfe der Bindungsgleichungen und der linearen Gleichungen für die ersten und zweiten Ableitungen sind genügend Gleichungen vorhanden, um alle von der Verwendung der Hilfsvariablen herrührenden Größen berechnen zu können. Das Programm NEWEUL stellt die benötigten Gleichungen zur Verfügung, die Art der Verwendung bleibt dem Nutzer überlassen. Der verwendete Formalismus zur Berechnung der erforderlichen Größen unterliegt folgenden Einschränkungen. Es dürfen keine rheonomen Bindungen innerhalb geschlossener Scheifen auftreten und es dürfen keine Systeme mit gekoppelten kinematischen Schleifen auftreten, bei denen die verallgemeinerten Koordinaten nicht an allen Schleifen beteiligt sind. Eine Komprimierung der berechneten Größen ist nicht möglich.

6 AUFBAU DES EINGABEFILES

Die Bereitstellung der Eingabedaten ist nach der Modellierung die Hauptaufgabe vor der Anwendung des Programmsystems NEWEUL. Dazu stehen umfangreiche Hilfen zur Verfügung. Der Aufbau des zu erstellenden Eingabefiles wird in diesem Kapitel dargelegt.

6.1 Der Programmablauf

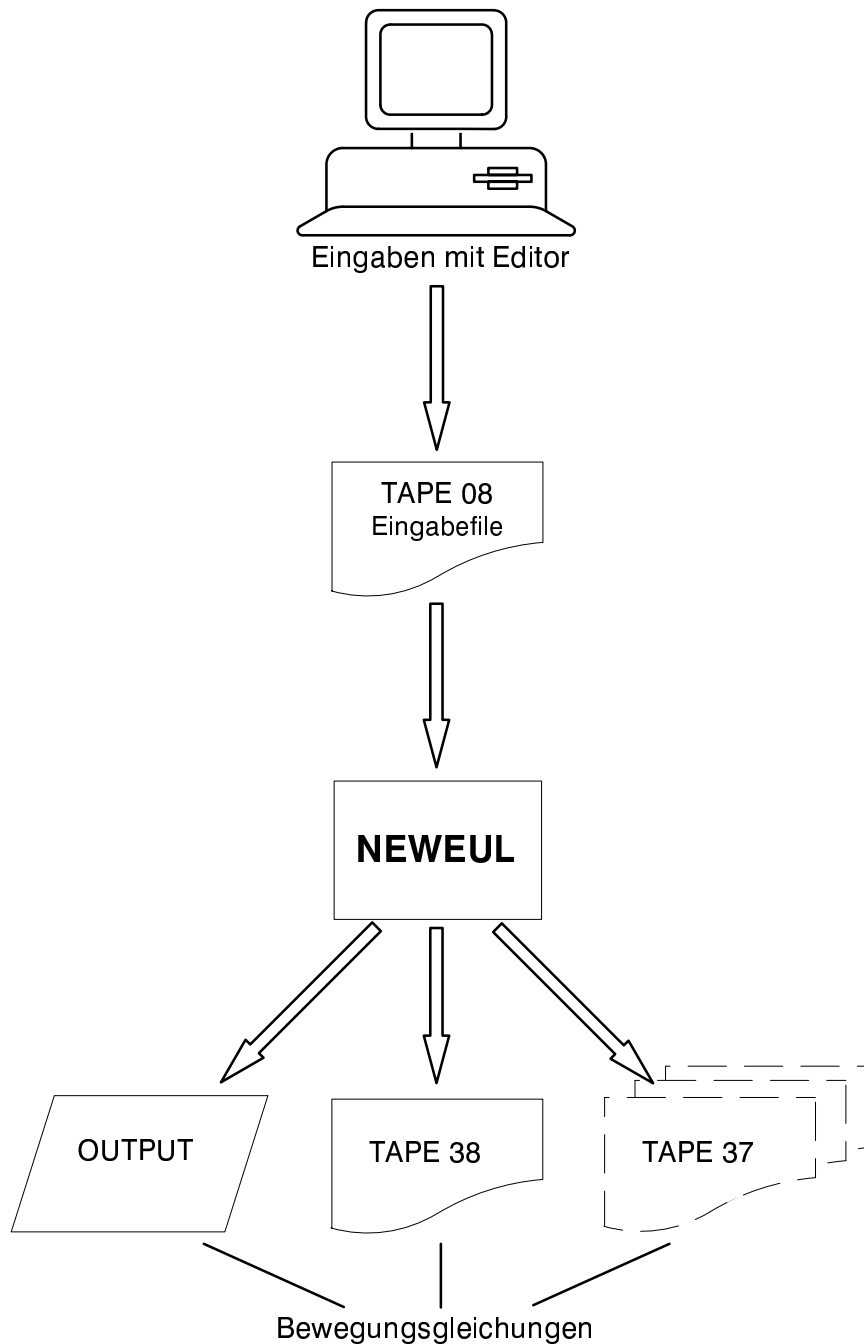


Bild 6.1 Datenfluß des Programms NEWEUL

NEWEUL ist ein BATCH-Programm. Es liest die Eingabedaten von einem Eingabefile, dem sogenannten File TAPE08. Die Ausgaben werden auf die Files OUTPUT, TAPE37 und TAPE38 geschrieben, siehe Bild 6.1. Alternativ kann anstelle von TAPE37 ein komplettes Simulationsprogramm generiert werden (Steuerparameter NEWSIM=3).

Der Eingabefile wird im Editor erstellt. Auf die Konstruktion eines speziellen Eingabeprogramms zum Sammeln der Daten wurde bewußt verzichtet, da die einzugebenden Daten kurz und ihre Abfolge einfach ist. Genauer zum Aufbau des Eingabefiles wird in den folgenden Abschnitten angegeben.

Die Ausgabefiles enthalten die Ergebnisse des Programms NEWEUL. Die Unterschiede zwischen den Ausgabefiles sind gering.

Der File OUTPUT ist zum Erzeugen eines Ausdrucks auf Papier oder zur Ausgabe auf dem Bildschirm gedacht. Auf ihm werden alle Eingabedaten zu Kontrollzwecken wiederholt und die berechneten Ergebnisse ausgegeben. Er enthält als erstes Zeichen einer jeden Zeile ein Blank als Vorschubsteuerzeichen. Diese Ausgaben sind nicht FORTRAN-kompatibel.

Der File TAPE38 unterscheidet sich nur in zwei Punkten. Er erhält keine Vorschubsteuerzeichen und die Ausgaben werden FORTRAN-kompatibel vorgenommen. Der File TAPE37 ist eine Teilmenge des TAPE38. Mit Ausnahme des Kommentars und der Steuer- und Dimensionierungsgrößen fehlt hier die Wiedergabe der eingelesenen Zeilen, er enthält nur die Ergebnisse.

6.2 Erstellen des Eingabefiles TAPE08

Bei der Berechnung der Bewegungsgleichungen eines Mehrkörpersystems mittels des Programms NEWEUL besteht die wesentliche Aufgabe des Benutzers in der Erstellung des Eingabefiles. Hierzu hat er die zur Beschreibung des Mehrkörpersystems benötigten Daten zusammenzustellen und in die vom Programm geforderte Form zu bringen.

Logisch läßt sich der Eingabefile in 6 Teile aufgliedern, die einmal, mehrmals oder auch überhaupt nicht auftreten können. Die Reihenfolge der Eingabeteile und die Anzahl ihres möglichen Auftretens ist in Bild 6.2 dargestellt.

Der Eingabefile wird mit dem Editor erstellt. Als Eingabehilfe für den Benutzer existieren sogenannte Formularfiles, die die vom Programm erwartete Eingabeform aufweisen. In diese Files kann der Benutzer seine Angaben einfügen. Durch Löschen oder Duplizieren von Zeilen kann der File auf die dem Problem angepaßte Form gebracht werden. Die mitgelieferten Formularfiles sind am Ende abgedruckt; sie können vom Benutzer jederzeit auf eine ihm genehme Form geändert werden.

An jeder Stelle des Eingabefiles können Kommentare angebracht werden. Zur Kennzeichnung einer Kommentarzeile ist in der Spalte 1,2 ein

C>

anzugeben. Zeilen, die mit C> beginnen, werden vom Programm überlesen. Von Kommentarzeilen ist auch auf den Formularfiles ausführlich Gebrauch gemacht worden.

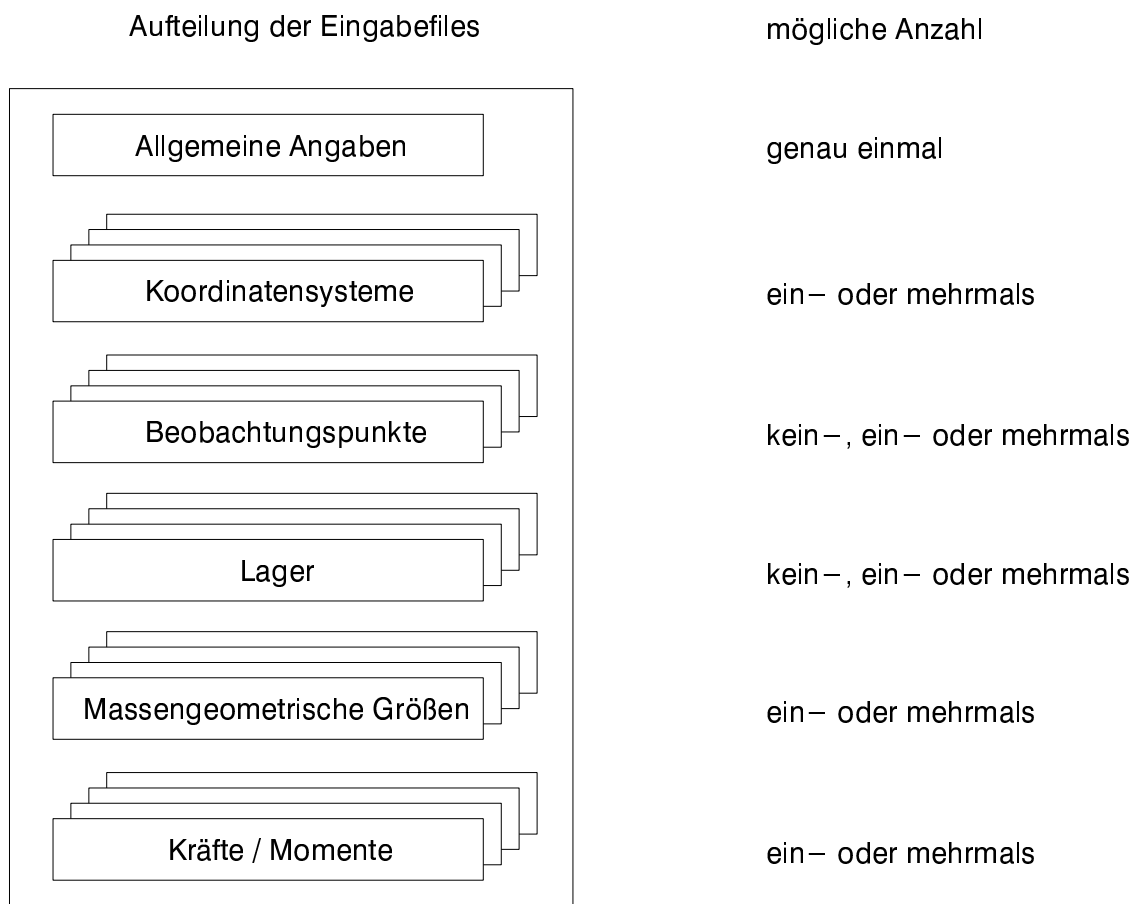


Bild 6.2 Aufbau des Eingabefiles

6.3 Eingabedaten

Die Eingabedaten werden im folgenden im Detail beschrieben. Dabei werden nacheinander die einzelnen Teile des Eingabefiles erläutert. Es werden zunächst nur die zur Berechnung der Bewegungsgleichungen notwendigen Teile "Allgemeine Angaben", "Koordinatensysteme", "Massengeometrische Größen", "Eingeprägte Kräfte und Momente" beschrieben. Der für die Zwangskraftberechnung hinzukommende Teil "Lager", sowie der Teil "Beobachtungspunkte" sind unabhängig davon und werden nachfolgend erklärt. Als letztes erfolgt die Erläuterung des Teils "Wahl der Koordinatensysteme für die Newton–Euler–Gleichungen", der nur in Sonderfällen benötigt wird.

6.3.1 Allgemeine Angaben

Die allgemeinen Angaben unterscheiden sich, je nachdem, ob die Beschreibung eines holonomen oder nichtholonomen Mehrkörpersystems gewünscht ist, geringfügig. Holonome Systeme mit verallgemeinerten Geschwindigkeiten werden dabei der Einfachheit halber wie nichtholonome Systeme beschrieben. Aus diesem Grund stehen zwei Formularfiles zur Auswahl:

- HOLKOP für holonome Beschreibung (HOLonomer KOPf),
- NOHOLKOP für nichtholonome Beschreibung.

Beschrieben werden zunächst die Angaben für den holonomen Fall; die Unterschiede zum nichtholonomen Fall werden später erläutert.

6.3.1.1 Holonomer Fall (Formularfile HOLKOP)

Die allgemeinen Angaben für den holonomen Fall können in acht Punkte aufgeteilt werden:

1. Kommentar,
2. Dimensionierungs- und Steuergrößen,
3. Lagevektor,
4. Ableitungen des Lagevektors,
5. Hilfsvariablen,
6. Numerische Größen,
7. Vereinfachungen,
8. Substitutionsvariablen.

Kommentar: Der Kommentar ist ein beliebiger Text zur verbalen Beschreibung des Problems. Eine solche Kommentierung sollte stets vorgenommen werden, um Eingabefiles leichter identifizieren zu können. Vordruckt ist auf dem Formularfile schon eine Zeile in die das Erstellungsdatum eingetragen werden kann. Die Zeilen des Textes müssen, wie jeder Kommentar, mit C> beginnen. (In diesem Sinne ist der Kommentar am Anfang eigentlich nichts besonderes.)

Dimensionierungs- und Steuergrößen: Die Dimensionierungs- und Steuergrößen erklären sich fast von selbst. Im einzelnen sind anzugeben (vgl. Anhang A, Formularfile HOLKOP):

```
0 Steuerparameter: 0=holonom, 1=nichtholonom
0 Komprimierungsart(0-6): 0=vollsymbolisch
? Zahl der KOORDINATENSYSTEME
? Zahl der (Lage-)Freiheitsgrade
C> - Zahl der (Geschwindigkeits-)Freiheitsgrade
0 Zahl der Hilfsvariablen
0 Zahl der linearisierbaren Groessen
0 Zahl der numerischen Groessen
0 Zahl der Vereinfachungen
0 Zahl der Substitutionsvariablen
```

Einige Werte sind mit Null vorbelegt und müssen gegebenenfalls überschrieben werden. Die Zahl der Koordinatensysteme und die Anzahl der Lagefreiheitsgrade müssen immer angegeben werden. Die Eingabezeile für die Geschwindigkeitsfreiheitsgrade wurde durch ein C> zum Kommentar deklariert, da diese Angabe nur für den nichtholonomen Fall anzugeben ist.

Nach diesen Eingaben können noch eine Reihe von Parametern zur Steuerung des Inputs, des Programmablaufs und der Ausgabeform verändert werden. Dies geschieht in einer NAMELIST-ähnlichen Eingabe; die ausführliche Erläuterungen der Steuerparameter erfolgt in Abschnitt 6.4.

Lagevektor: Der Lagevektor oder Vektor der verallgemeinerten Koordinaten wird durch die Namen der verallgemeinerten Koordinaten gebildet. Die Eingabe erfolgt in der Form

Y: Name der verallgemeinerten Koordinate.

Pro Eingabezeile kann nur eine verallgemeinerte Koordinate eingegeben werden. Auf dem Eingabefile sind 3 Kennzeilen der Form Y: vorgesehen. Sind weniger oder mehr verallgemeinerte Koordinaten vorhanden, so sind die überzähligen Zeilen zu löschen bzw. neue Zeilen durch Duplizierung zu erzeugen.

Ableitungen des Lagevektors: Die Namen der 1. und 2. Ableitungen der verallgemeinerten Koordinaten können im Prinzip beliebig gewählt werden (Eingabe: 0). Es hat sich jedoch als zweckmäßig und sinnvoll erwiesen, die Namen der Ableitungen der verallgemeinerten Koordinaten direkt aus den Namen der verallgemeinerten Koordinaten ableiten zu lassen. Dies kann dadurch geschehen, daß man an die Namen der verallgemeinerten Koordinaten eine 1 für die erste Ableitung und eine 2 für die zweite Ableitung, bzw. ein P für die erste Ableitung (P=Punkt) und ein PP für die zweite Ableitung anhängt. Diese Kennzeichnung übernimmt das Programm. Bei Eingabe einer 1 wird die erste und zweite Ableitung durch Anhängen von 1 und 2 erzeugt, bei Eingabe einer 2 durch Anhängen von P und PP.

Hilfsvariablen: Treten in einem Mehrkörpersystem kinematische Schleifen auf, so sind in der Regel Hilfsvariablen zur Beschreibung der Kinematik erforderlich. Die Definition von Hilfsvariablen und ihrer Abhängigkeit von den verallgemeinerten Koordinaten und/oder der Zeit wird im folgenden beschrieben. Die Eingabe erfolgt in der Form

HV: Hilfsvariablen-Namen (Abhängigkeiten).

Die Abhängigkeiten werden durch Auflisten der Größen (verallgemeinerte Koordinaten und/oder Zeit), von denen die Hilfsvariable abhängig ist, dargestellt. Als Trennungszeichen dient das Komma. Hängt z.B. die Variable PHI von den verallgemeinerten Koordinaten AL und BE sowie der Zeit T ab, so ist die Eingabe

HV: PHI (AL , BE , T)

zu machen. Der formelmäßige Zusammenhang selbst ist natürlich nicht einzugeben.

Die Ableitungen der Hilfsvariablen werden vom Programm wie folgt gekennzeichnet: Das erste und gegebenenfalls das zweite Zeichen des Namens werden übernommen, der Rest des Namens entfällt. Je nach Implementierung werden auch mehr als zwei Zeichen übernommen. Die Kennzeichnung der 1. Ableitung erfolgt durch das Anhängen von zwei Zeichen an diesen gegebenenfalls gekürzten Namen. Bei der Differentiation nach einer Lagegröße wird die Nummer dieser Lagegröße angehängt; sollte die Nummer einzifferig sein, so wird 0i, i=Ziffer, angefügt. Die Ableitung nach der Zeit wird durch das Anhängen von 0T gekennzeichnet.

Die zweite Ableitung wird analog durch Anhängen von zwei weiteren Zeichen gekennzeichnet. Bei gemischten Ableitungen wird die Schwarzsche Regel (Vertauschbarkeit der Reihenfolge der partiellen Ableitungen) vorausgesetzt. Die Bildung des Variablennamens für die Ableitung wird derart durchgeführt, daß die niedrige Nummer der Lagegröße vor der höheren steht (also: PH0307 und nicht PH0703). Bei gemischten Ableitungen nach der Zeit und einer Lagegröße steht stets die Zeit als erstes (z.B. PH0T03). Es ist darauf zu achten, daß keine Doppeldeutigkeiten mit anderen Variablennamen entstehen können.

Beispiel:

Sei AL die 3., BE die 7. Lagegröße, dann ergeben sich bei dem oben angegebenen Beispiel folgende Variablennamen für die Ableitungen:

PH03 : 1. Ableitung nach AL ,
 PH07 : 1. Ableitung nach BE ,
 PH0T : 1. Ableitung nach T (Zeit) ,

 PH0303 : 2. Ableitung, zweimal nach AL ,
 PH0707 : 2. Ableitung, zweimal nach BE ,
 PH0T0T : 2. Ableitung, zweimal nach T ,

 PH0307 : 2. Ableitung, gemischt nach AL und BE ,
 PH0T03 : 2. Ableitung, gemischt nach T und AL ,
 PH0T07 : 2. Ableitung, gemischt nach T und BE .

Linearisierbare Größen: Linearisierbare Größen werden im Programmsystem NEWEUL als kleine Größen interpretiert. d.h. quadratisch kleine Größen verschwinden. Sind die Argumente der trigonometrischen Funktionen SIN und COS linearisierbare Größen, so entspricht SIN(ARG) dem Argument ARG und COS (ARG) ergibt den Wert 1. Ist die Anzahl linearisierbarer Größen größer als die Zahl der systembeschreibenden Größen (3*Zahl der Lagefreiheitsgrade, bzw. Zahl der Lagefreiheitsgrade + 2* Zahl der Geschwindigkeitsfreiheitsgrade im nichtholonomen Fall) muß zunächst angegeben werden, ob eine vollständige Linearisierung gewünscht ist oder lediglich eine teilweise Linearisierung. Anschließend sind alle (verbleibenden) linearen Größen anzugeben.

Numerische Größen: oft ist es wünschenswert gewisse Parameter (z.B. Massen oder Längen) durch ihre numerischen Werte zu ersetzen. Dies kann einmal dadurch geschehen, daß man während der Eingabe, anstelle des Variablennamens, schon den numerischen Wert eingibt. Dies ist aber aufwendig und unübersichtlich, vor allem dann, wenn der Wert an verschiedenen Stellen der Eingabe auftritt. Sinnvoll ist es deshalb, die Beschreibung symbolisch (mit Variablen) vorzunehmen und den Variablen dann, soweit bekannt, entsprechende numerische Werte zuzuweisen. Die Zuweisung erfolgt in der Form

NUM: Variablenname = Zahl.

Nach der Eingabe des Zahlenwertes darf – durch ein Sonderzeichen außer '[' und ']' getrennt – ein beliebiger Kommentar folgen, etwa die Dimension des eingegebenen Zahlenwertes. Beispiele:

NUM: M1 = 5.13 ! { KG } ,
 NUM: L = 2.5 \$ Länge der Koppel in Metern.

Vereinfachungen: Im Programm besteht die Möglichkeit, Vereinfachungen zu definieren. Tritt bei den Berechnungen ein Ergebnis auf, das einen gewissen Ausdruck (den Vergleichsausdruck, VFV) enthält, so wird dieser Ausdruck innerhalb des Ergebnisses durch einen zweiten Ausdruck (den Ersetzungsausdruck, VFE) ersetzt. Beispiel: Die Summe $A + B + C$ soll bei ihrem Auftreten durch die Variable ABC ersetzt werden. Die Definition der Vereinfachung hierfür erfolgt durch:

VFV: A + B + C
 VFE: ABC

Durch diese Vereinfachung wird der Ausdruck

$$\begin{aligned} & ZZ*A*SIN(AL)*COS(BE) + ZZ*B*SIN(AL)*COS(BE) + \\ & HUGO*EMIL + \\ & + ZZ*C*SIN(AL)*COS(BE) \end{aligned}$$

zu

$$ZZ*ABC*SIN(AL)*COS(BE) + HUGO*EMIL$$

vereinfacht.

Weitere Beispiele für Vereinfachungen sind

$$\begin{aligned} \text{VFV:} & \quad SIN(AL+BE) \\ \text{VFE:} & \quad SIN(AL)*COS(BE) + SIN(BE)*COS(AL) \end{aligned}$$

oder auch umgekehrt

$$\begin{aligned} \text{VFV:} & \quad SIN(AL)*COS(BE) + SIN(BE)*COS(AL) \\ \text{VFE:} & \quad SIN(AL+BE) . \end{aligned}$$

Die nicht eindeutige Entscheidung, welche der oben dargestellten trigonometrischen Umformungen die sinnvollere bzw. die gewünschte ist, ist der Grund, warum diese Umformungen nicht automatisiert sind. Automatisch vorgenommen werden lediglich einige trigonometrische Umformungen für Funktionen mit gleichem Argument, siehe Abschnitt 6.4, Parameter NSCNEG. Weitere Beispiele zur Anwendung von Vereinfachungsgleichungen sind im Anhang B zu finden.

Substitutionsvariablen: Tritt innerhalb der Eingaben ein längerer Ausdruck mehrmals auf, so ist es nicht sinnvoll, diesen jedesmal einzugeben. Statt dessen kann für diesen Ausdruck eine Substitutionsvariable definiert werden, die im folgenden anstelle des langen Ausdruckes eingegeben wird.

Die Definition einer Substitutionsvariablen erfolgt durch

$$\text{SU:} \quad \text{Subvar-Name} = \text{Subvar-Ausdruck} .$$

Findet das Programm beim Einlesen eine solche Substitutionsvariable, so wird diese durch den entsprechenden Ausdruck ersetzt.

Gravitationsbeschleunigung: Falls der Steuerparameter GRAVI=1 gesetzt ist, muß hier noch die Gravitationsbeschleunigung eingegeben werden. Dieses erfolgt durch die Angabe der Gravitationskonstanten, z.B. GRAVI=GE und der Richtung der Gravitation. Bei der Richtung der Gravitation sind Achsen des Inertialsystems ($\pm 1, 2, 3$) als Eingaben möglich. Es kann aber auch eine beliebige Richtung im Inertialsystem ($U(1)=, U(2)=, U(3)=$) eingegeben werden.

6.3.1.2 Nichtholomoner Fall (Formularfile NOHOLKOP)

Beim nichtholomonen Fall treten an drei Stellen Änderungen gegenüber dem holomonen Fall auf. Diese Änderungen werden im folgenden beschrieben.

Dimensionierungs- und Steuergrößen: Bei den Dimensionierungs- und Steuergrößen ist der Steuerparameter "holonome/nichtholonome Rechnung" mit 1, für nichtholonom, vorbelegt. Die

Zahl der Geschwindigkeitsfreiheitsgrade ist nicht mehr durch C> in Spalte 1,2 zum Kommentar erklärt und muß angegeben werden.

Geschwindigkeitsvektor (Ableitungen des Lagevektors): Der Abschnitt "Ableitungen des Lagevektors" wird durch den Punkt "Geschwindigkeitsvektor" ersetzt. Hier sind die Namen der verallgemeinerten Geschwindigkeiten einzugeben. Die Eingabe erfolgt in der Form

Z: Name der verallgemeinerten Geschwindigkeit

Nach der Eingabe des Geschwindigkeitsvektors ist die Ableitung des Geschwindigkeitsvektors zu definieren. Dies geschieht analog zur Festlegung der Ableitungen des Lagevektors im holonomen Fall. Bei Eingabe einer 1 wird die Ableitung des Geschwindigkeitsvektors durch Anhängen einer 1 aus dem Geschwindigkeitsvektor gebildet, bei Eingabe einer 2 durch Anhängen eines P.

Ableitung des Lagevektors: Zusätzlich kommt als 9. Punkt nach der Angabe der Substitutionsvariablen die "Ableitung des Lagevektors" hinzu. Hier ist die Abhängigkeit der Ableitung des Lagevektors von den verallgemeinerten Geschwindigkeiten anzugeben. In dieser Abhängigkeit dürfen auch die verallgemeinerten Koordinaten sowie die Zeit auftreten, so daß der Zusammenhang

$$Y1 = f_{kt}(Y, Z, T)$$

zu definieren ist. Die Eingabe erfolgt durch

$$Y1(i) = \dots$$

Dabei läuft i über die Zahl der Freiheitsgrade. Auf der rechten Seite ist die Abhängigkeit zu definieren.

6.3.2 Koordinatensysteme

Die Beschreibung der Koordinatensysteme erfolgt sukzessive. Im folgenden wird die Beschreibung eines Koordinatensystems dargestellt. Zur Beschreibung des Gesamtsystems müssen alle Koordinatensysteme in gleicher Weise beschrieben werden. Die Zahl der Koordinatensysteme muß mit der "Zahl der Koordinatensysteme", wie unter den "Allgemeinen Angaben" aufgeführt, übereinstimmen.

Die Beschreibung eines Koordinatensystems erfolgt immer gegenüber einem Bezugssystem. Zur Beschreibung ist die Verdrehung und die Verschiebung des Koordinatensystems gegenüber dem Bezugssystem anzugeben. Die Verdrehung wird mittels einer Drehungsmatrix beschrieben, zur Definition der Verschiebung wird der Ortsvektor vom Ursprung des Bezugssystems zum Ursprung des aktuellen Systems angegeben. Diese Angaben müssen nicht als eine Größe angegeben werden, sondern können aus Teilgrößen zusammengesetzt werden.

Die Beschreibung der Koordinatensysteme unterscheidet sich für die beiden Fälle "Konstruktiver Aufbau" und "Modularer Aufbau" geringfügig, weshalb es wiederum zwei Formularfiles

KOSY für den konstruktiven Aufbau,
MOSY für den modularen Aufbau,

kann das Koordinatensystem "LAGER_UNTEN" im folgenden durch LU angesprochen werden.

Für das Koordinatensystem ist ein System anzugeben, auf das sich die Angaben zur Beschreibung beziehen. Deshalb ist als nächstes der **Name des Bezugssystems** einzugeben. Die Eingabe erfolgt analog zur Angabe des Koordinatensystem–Namens selbst durch die Angabe des Namens (oder seiner Abkürzung) in der Kennzeile

KOSYNA:	Name des Bezugssystems
---------	------------------------

Für das Inertialsystem ist $\mathbf{I}$ oder $\mathbf{0}$ (Null) anzugeben, $\mathbf{I}$ und $\mathbf{0}$ stehen immer für das Inertialsystem.

Zuerst ist die Verdrehung des Koordinatensystems gegenüber dem Bezugssystem festzulegen. Als erstes wird nach der **Zahl der Teildrehungen** gefragt, die maximale Anzahl beträgt neun. Besteht keine Verdrehung zwischen den beiden Koordinatensystemen, so kann hier auch eine Null angegeben werden. Danach sind die Teildrehungen zu beschreiben.

Zur Eingabe einer Teildrehung gibt es verschiedene Möglichkeiten. Die **Art der Teildrehung** ist anzugeben. Die Angabe erfolgt über eine Kennziffer ($-3, \dots, +5$). Mögliche Arten sind:

- Drehung um eine Koordinatenachse: $\pm 1, 2, 3$ für die Drehung um die positive/negative x-,y-,z-Achse,
- Drehung um eine raumfeste Achse **u**: 0 ,
- Beschreibung der Drehung durch Angabe der Drehungsmatrix: 4 ,
- keine Drehung (Einheitsmatrix): 5 .

Falls keine Drehung erfolgt, ist keine weitere Eingabe zu machen. Zur Eingabe einer vollständigen Drehungsmatrix sind die Elemente $S(1, 1)$ bis $S(3, 3)$ einzugeben.

Zur Beschreibung der Elementardrehungen (Drehungen um die pos./ neg. x-,y-,z-Achse) ist nur noch der **Drehwinkel** (WINK=) einzugeben. Bei der Beschreibung der Drehung um eine beliebige Achse ist zunächst der Vektor **u** ($U(1)=$, $U(2)=$, $U(3)=$) der Drehachse anzugeben; anschließend ist der Drehwinkel (WINK=) einzugeben.

Auf dem Formularfile **KOSY** sind nur Elementardrehungen um die x-,y-,z-Achse vorgesehen, da diese in den meisten Fällen ausreicht. Für die übrigen Fälle können erweiterte Formularfiles zur Verfügung gestellt oder selbst erstellt werden.

Auch die Beschreibung des Ortsvektors vom Ursprung des Bezugssystems zum Ursprung des aktuellen Systems kann in Teilschritten erfolgen. Deshalb wird zunächst die **Zahl der Teilvektoren** abgefragt. Auch hier sind maximal neun Teilvektoren zugelassen. Jeder Teilvektor darf in einem anderen Koordinatensystem angegeben werden. Mögliche Koordinatensysteme sind:

- das Inertialsystem ($\mathbf{I}$ oder $\mathbf{0}$ (Null)),
- das Bezugssystem (Name oder $\$$),
- jedes andere bisher definierte Koordinatensystem (Name),

- das gerade aktuell definierte Koordinatensystem (Name), und
- jedes Zwischensystem, das durch die Definition der Verdrehung des aktuellen Systems gegenüber dem Bezugssystem entstanden ist ($\$.i$, $i = 1, \dots, n$, n = Zahl der Teildrehungen). Dabei ist $\$.0$ identisch mit dem Bezugssystem, $\$.n$ identisch mit dem aktuellen System.

Nach der Definition des Koordinatensystems wird der Ortsvektor in der Form

$$R(1) = \dots$$

$$R(2) = \dots$$

$$R(3) = \dots$$

eingegeben.

Damit ist die Definition (der kinematischen Größen) des Koordinatensystems abgeschlossen.

6.3.2.2 Modularer Aufbau (Formularfile MOSY)

Der wesentliche Unterschied der Beschreibung der Koordinatensysteme bei modularem Aufbau gegenüber der Beschreibung beim konstruktiven Aufbau besteht in der Angabe der Namen des zu beschreibenden Systems und des Bezugssystems und der Klassifizierung der Systeme.

Beim modularen Aufbau muß das Bezugssystem nicht wie beim konstruktiven Aufbau schon definiert sein; das zu beschreibende System kann dagegen, anders als beim konstruktiven Aufbau, schon einmal beschrieben worden sein. Dadurch kann es vorkommen, daß ein System mehrmals, von verschiedenen Bezugssystemen aus, beschrieben wird, während andere Systeme nicht direkt definiert nur als Bezugssysteme auftreten. Zur Vermeidung von Mißverständnissen und zur Abgrenzung gegenüber dem konstruktiven Aufbau werden nicht mehr die Ausdrücke Bezugssystem und zu beschreibendes System gebraucht, sondern die Terminologie VON-System und NACH-System verwandt. Die Beschreibung erfolgt vom VON-System zum NACH-System.

Um sicherzustellen, daß für jedes System eine Klassifizierung existiert, muß bei der Definition eines Systems sowohl die Art des VON-Systems als auch die Art des NACH-Systems angegeben werden. Die Angabe erfolgt durch Aneinanderreihung der beiden Kennbuchstaben der Arten von VON- und NACH-System. So bedeutet etwa SL, daß das VON-System ein Starrkörper, das NACH-System ein Lager ist. Mögliche Arten sind

S = Starrkörper,

M = Massenpunkt,

K = Knotenpunkt,

B = Beobachtungspunkt,

R = Referenzsystem,

H = Hilfssystem,

– = Hilfssystem.

Im Vergleich mit dem konstruktiven Aufbau fehlt die Art D (Doppelte Beschreibung); hinzugekommen ist ein Hilfssystem.

Die Reihenfolge der Eingaben ist

Klassifizierung der Systeme (VON– und NACH–System) ,

Name des VON–Systems ,

Name des NACH–Systems ,

siehe Formularfile MOSY, Anhang A. Die eigentliche Beschreibung durch Angabe von Verdrehung und Verschiebung bleibt im wesentlichen unverändert. Lediglich bei der Wahl der Systeme zur Angabe der Teilvektoren ergibt sich eine Einschränkung. Hier dürfen nicht mehr beliebige bereits definierte Systeme angegeben werden, sondern lediglich das VON– oder das NACH–System, sowie die Zwischensysteme. Eine andere Angabe ist beim modularen Aufbau allerdings auch nicht sinnvoll. Das Inertialsystem ist eindeutig bestimmt, es muß daher nicht mehr angegeben werden.

Bei der Klassifizierung für bereits existierende Systeme muß bei einem nochmaligen Auftreten die eingegebene Art mit der früher angegebenen Art übereinstimmen. Eine Ausnahme hiervon bilden die Hilfssysteme (Art –). Es kann sowohl ein Hilfssystem durch eine Neudeklaration in jedes andere System umgewandelt werden, es kann aber auch ein bereits definiertes System beliebiger Art – durch Angabe der Art – in ein Hilfssystem verwandelt werden. Der Sachverhalt ist im nachfolgendem Diagramm veranschaulicht. dabei steht X für ein beliebiges System, H für Hilfssystem.

bisherige Klassifizierung	neue (akt.) Klassifizierung		endgültige Klassifizierung
X	X	==>	X
X	–	==>	H
–	X	==>	X

Von dieser Methode kann z.B. beim Zusammenfügen von verschiedenen Blöcken Gebrauch gemacht werden, siehe 3.4.2.2.

Für das Schließen von kinematischen Schleifen sind außer der Beschreibung der einzelnen Elemente keine weiteren Angaben erforderlich. Schleifen werden vom Programm selber erkannt und bearbeitet; das Schlußelement wird, falls nichts anderes gefordert wird, vom Programm ermittelt. Der Benutzer kann jedoch auch Einfluß auf das Schließen der Schleife nehmen. Gibt er nach der Klassifizierung der Systeme ein / (Schrägstrich) an, so wird eine Schleife an dieser Stelle aufgeschnitten; das zu beschreibende NACH–System wird Schlußelement.

6.3.3 Massengeometrische Größen (Formularfile MASGEO)

Als massengeometrische Größen müssen die Masse und der Trägheitstensor eingegeben werden. Nach der Festlegung, für welchen Körper (welches Koordinatensystem) die folgenden Eingaben gelten sollen, wird die Masse eingegeben. Als Skalar bedarf sie keines Koordinatensystems.

Zur Eingabe des Trägheitstensor ist dagegen zunächst ein Koordinatensystem festzulegen, in dem die Eingabe erfolgen soll. Danach ist der Trägheitstensor selber einzugeben. Einzugeben

sind nur die wesentlichen Elemente (die Symmetrie wird beachtet). Die Nichtdiagonalelemente sind auf dem Eingabefile mit Null vorbelegt und müssen ggf. überschrieben werden.

Bei Beschreibung von Massenpunkten entfallen die Eingaben für den Trägheitstensor.

6.3.4 Eingeprägte Kräfte und Momente (Formularfile KRAFT)

Als nächstes erfolgt die Beschreibung der eingeprägten Kräfte und Momente. Hier unterscheidet man

- Gewichtskräfte,
- innere Kräfte/Momente,
- äußere Kräfte/Momente (ohne Gewichtskräfte).

Die Festlegung der Gewichtskräfte kann einmal durch Angabe der Richtung einer Gravitation erfolgen. Dazu ist als Art der Kräfte

FLEART: GK (=Gewichtskraft)

zu wählen. Die **Richtung der Gravitation** wird durch die Angabe der entsprechenden pos./neg. Koordinatenachse oder die Definition einer beliebigen Achse festgelegt. Für die **Gravitationskonstante** ist ein Name (etwa GE) oder ein Zahlenwert (etwa 9.81) einzugeben, siehe 6.3.1.1. Aus diesen Angaben berechnet sich das Programm die Gewichtskräfte.

Innere Kräfte/Momente (Kennung FLEART: IK / IM) wirken stets auf zwei Körper des Mehrkörpersystems. Die Namen der zugehörigen Koordinatensysteme sind anzugeben. Dabei ist zu beachten, daß die Kraft auf das erste Koordinatensystem (den ersten Körper) **positiv** und auf das zweite Koordinatensystem (den zweiten Körper) **negativ** wirkt. Anschließend ist die Kraft/das Moment einzugeben. Dazu kann wiederum ein beliebiges Koordinatensystem zur Eingabe gewählt werden.

Äußere Kräfte/Momente wirken nur auf einen Körper des Mehrkörpersystems. Die Reaktion erfolgt gegenüber der Umwelt. Aus diesem Grunde ist nur ein Koordinatensystem anzugeben. Die Kraft/das Moment wirkt auf diesen Körper **positiv**. Die Angabe der Kraft sowie die Wahl des Koordinatensystems erfolgt wie bei inneren Kräften/Momenten.

6.3.5 Beobachtungspunkte (Formularfile BE0)

Der Abschnitt Beobachtungspunkte taucht nur auf, wenn vorher – im Abschnitt 6.3.2 "Koordinatensysteme" – auch Beobachtungspunkte definiert wurden. Für Beobachtungspunkte kann die Lage, Geschwindigkeit und/oder Beschleunigung bezüglich eines beliebigen anderen Punktes in jedem beliebigen Koordinatensystem angegeben werden. Die entsprechenden Daten sind lediglich zu definieren.

Zur Beschreibung eines Beobachtungspunktes sind demnach nur vier weitere Angaben nötig:

1. Name des Beobachtungspunktes,
2. interessierende kinematische Größen
3. Referenzpunkt, von dem aus der Beobachtungspunkt betrachtet werden soll, und

4. das System in dem die Größen angegeben werden sollen.

Zur Anforderung der interessierenden kinematischen Größen gibt es zwei Möglichkeiten. Die Eingabe kann über Kennbuchstaben erfolgen, wobei mehrere Größen durch mehrere Kennbuchstaben hintereinander angefordert werden können. Es sind folgende Buchstaben zugelassen:

R	Ortsvektor,
V	Geschwindigkeitsvektor,
A	Beschleunigungsvektor,
S	Drehungsmatrix,
W	Winkelgeschwindigkeitsvektor,

Eine weitere Möglichkeit der Eingabe besteht über eine Kennnummer. Es steht 1 für Ortsvektor, 2 für Ortsvektor und Geschwindigkeitsvektor und 3 für Ortsvektor, Geschwindigkeitsvektor und Beschleunigungsvektor. Es kann auch die Verdrehung, die Winkelgeschwindigkeit und die Winkelbeschleunigung eines Beobachtungssystems gegenüber einem beliebigen anderen System ermittelt werden. Dazu ist die Kennzahl der interessierenden kinematischen Größen negativ einzugeben.

6.3.6 Lagerspezifische Angaben (Formularfile LAGER)

Lager gehören zu den wichtigsten Elementen eines Mehrkörpersystems. Ein Lager verbindet immer zwei Körper miteinander oder einen Körper mit der Umwelt. Die (kinematische) Beschreibung eines Lagers muß jedoch nicht so erfolgen, daß es in der Beschreibungskette zwischen zwei Körpern liegt. Aus diesem Grund sind zunächst einmal die beiden Körper, die das Lager verbindet, die **anliegenden Körper**, anzugeben (Umwelt = Körper 0).

Diese Angaben werden mit der Eingabe

KOSYNA:	Name des 1. anliegenden Körpers
KOSYNA:	Name des 2. anliegenden Körpers

gemacht.

Als nächstes sind die Bewegungsmöglichkeiten, die das Lager zuläßt, zu beschreiben. Dies geschieht durch Festlegung der **freien und gesperrten Richtungen** für Translation und Rotation. Es sind also 6 Werte für

IND(1)=	...	(Translation in x-Richtung)
IND(2)=	...	(Translation in y-Richtung)
IND(3)=	...	(Translation in z-Richtung)
IND(4)=	...	(Rotation um die x-Achse)
IND(5)=	...	(Rotation um die y-Achse)
IND(6)=	...	(Rotation um die z-Achse)

anzugeben.

Dabei ist 0 (Null) für eine freie Richtung und 1 für eine gesperrte Richtung anzugeben.

6.4 Weitere Steuerungsmöglichkeiten

Der Benutzer hat verschiedene Möglichkeiten den Programmablauf, die Art der Berechnung und die Form und den Umfang der Ausgaben zu steuern. Die Steuerparameter werden über eine NAMELIST-ähnliche Eingabe der Form

/PARAM1=WERT1/PARAM2=WERT2/ . . .

eingeben; für nichteingebene Parameter gibt es eine Voreinstellung. Soll kein Parameter verändert werden, so ist eine Leeranweisung

//

anzugeben. Reicht die Eingabezeile zur Eingabe der Parameter nicht aus, so kann nach Eingabe von zwei Schrägstrichen, "//", am Ende einer Zeile eine Folgezeile verwendet werden. Dies kann auch zur Strukturierung der Steuerparameterangaben verwendet werden.

Im folgenden sind nun die Steuerparameter aufgelistet. Die möglichen Eingabewerte sind in eckigen Klammern angegeben, der voreingestellte Wert ist durch Semikolon abgetrennt angefügt.

MAXIF [1000–installationsabh. Wert PAXIF ; 50000] Größe des Arbeitsfeldes. Die Größe des Arbeitsfeldes wird zunächst auf 50000 Plätze beschränkt (auch dieser Wert kann maschinenabhängig variieren); das Arbeitsfeld kann bis zum installationsmäßig eingestellten Wert vergrößert werden.

MAXRF [10–installationsabh. Wert PAXRF ; 500] Größe des Faktorfeldes. Die Größe des Faktorfeldes wird zunächst auf 500 Plätze beschränkt (auch dieser Wert kann maschinenabhängig variieren); das Faktorfeld kann bis zum installationsmäßig eingestellten Wert vergrößert werden. Zu beachten ist, daß im Faktorfeld auch die numerischen Größen abgespeichert werden.

MAXIZF [1–installationsabh. Wert PAXIZF ; 10] Größe des Vergleichfeldes für Faktoren: beim Auftreten eines Faktors wird dieser mit den MAXIZF letzten Faktoren verglichen.

KOMO [1–2 ; 1] Konstruktiver (=1) oder modularer (=2) Aufbau.

NEGST [0–2 ; 1] Wahl der Systeme für das Erstellen der Newton–Euler–Gleichungen: Voreingestellt ist die Erstellung im jeweils körperfesten System (1), möglich ist auch die Erstellung im Inertialsystem (2). Bei Angabe einer 0 sind die Systeme zur Erstellung der Newton–Euler–Gleichungen vom Benutzer anzugeben. Dazu ist nach dem Block Koordinatensysteme ein Teil zur Definition des Systeme einzufügen, siehe Abschnitt 6.5.

ISBN [0–2 ; 1] System zur Darstellung der Bindungsortsvektoren: Voreingestellt ist die Erstellung im System des Schlußelements, weitere Möglichkeiten sind die Erstellung im tiefsten an der Schleife beteiligten System (0) oder im Inertialsystem (2).

KOMART [1–4 ; 1] Komprimierungsart: Es werden alle nichtverschwindenden Ausdrücke abgekürzt (1), alle Ausdrücke, die nicht nur aus einem Faktor bestehen (2) oder alle Ausdrücke, (3). Zu Testzwecken können zusätzlich auch verschwindende Ausdrücke komprimiert werden (4). Dieser Steuerparameter wirkt bei den Komprimierungsstufen 1 bis 6.

KOSYO [0–4 ; 1] Umfang der Ausgaben bei der Beschreibung der Koordinatensysteme: Es erfolgen keine Ausgaben (0), es werden nur die relativen Ortsvektoren und Drehungsmatrizen ausgegeben (1), es werden zusätzlich die Geschwindigkeiten (2), Jacobimatrizen (3) und lokalen Beschleunigungen (4) ausgegeben. Bei der Komprimierungsstufe 6 hat KOSYO keine Wirkung; in diesem Fall werden grundsätzlich alle kinematischen Größen ausgegeben.

IAFORM [1–3 ; 1] Ausgabeform, zur Verbesserung der Lesbarkeit der Ausgabe: die Ausgaben erfolgen fortlaufend (1), die termtrennenden Zeichen + und – werden in Blanks eingeschlos-

sen (2), es erfolgt die Ausgabe nur eines Terms pro Zeile (3). Negative Werte von IAFORM bewirken eine Faktorisierung bei der Ausgabe. Dabei können die Ausgaben fortlaufend (–1) oder entsprechend der Klammertiefe strukturiert (–3) angefordert werden. Der Wert –2 ist nicht zugelassen. Voraussetzung für eine faktorisierte Ausgabe ist, daß alle trigonometrischen Funktionen ersetzt sind. Dieses kann entweder durch den Steuerparameter ISICO oder durch Vereinfachungen erfolgen.

INULL [0–1 ; 0] Unterdrückung der Ausgabe von verschwindenden Matrix– und Vektorelementen. Elemente, die Null sind, werden ausgegeben (0) oder die Ausgabe wird unterdrückt (1).

ISICO [0–1 ; 0] Abkürzung trigonometrischer Funktionen: die Funktionen SIN und COS werden normal ausgegeben (0); Funktionen, die nur eine Variable als Argument haben, werden zu einer Variablen verkürzt (1), dabei wird

SIN(ARG)	zu	SIARG	und
COS(ARG)	zu	COARG	.

LKINEM [0–1 ; 0] Linearisierung der Kinematik: Für die Eingabe 0 werden die kinematischen Größen der einzelnen Körper nichtlinear berechnet und ausgegeben; die Linearisierung setzt erst nach der Bearbeitung der Koordinatensysteme ein. Für den Wert LKINEM=1 wird schon in der Kinematik linearisiert, bei den Größen, die noch differenziert werden, wird quadriert, d.h. es wird bis zur 2. Ordnung entwickelt.

IABSPA [2–30 ; 7] Nummer der Spalte, ab dem die Ausgabe beginnt, voreingestellt ist 7 für FORTRAN–kompatible Ausgabe. Bei Folgezeilen wird der Operator in Spalte IABSPA–1 wiederholt (auf File TAPE38, TAPE37). Dieser Parameter kann etwa dann zusammen mit IBISPA verändert werden, wenn bei der Ausgabe nur eines Terms pro Zeile (IAFORM=2) die Zeilenlänge nicht ausreicht.

IBISPA [40–78 ; 72] Nummer der Spalte, bis zu der die Ausgabe gehen darf, voreingestellt ist 72 für FORTRAN–kompatible Ausgabe; siehe auch IABSPA.

NVEDIF [0–NVE ; NVE] Zahl der Vereinfachungen im Berechnungsteil mit Differentiationen; NVE = Gesamtzahl der Vereinfachungen. In manchen Fällen ist es sinnvoll, Vereinfachungen erst dann vorzunehmen, wenn alle Differentiationen durchgeführt sind, siehe Anhang B. NVEDIF kennzeichnet die Zahl der Vereinfachungen, die auch bei Differentiationen durchgeführt werden sollen. Bis zur Eingabe der Kinematik der Koordinatensysteme werden nur die ersten NVEDIF Vereinfachungen berücksichtigt. Durch den Steuerparameter IVER kann die Stelle, ab der alle Vereinfachungen gültig werden, definiert werden.

IVER [1–3 ; 1] gibt die Stelle an, ab der NVEDIF wirkt. Es bestehen drei Möglichkeiten. Unmittelbar nach der letzten symbolischen Differentiation (1), unmittelbar vor den Newton–Eulerschen Gleichungen (2) oder unmittelbar vor Berechnung der Bewegungsgleichungen (3).

MVINEG [0–99 ; 3] Maximale Anzahl der Vereinfachungsdurchläufe im Berechnungsteil bis zu den Newton–Euler–Gleichungen.

MVLBGL [0–99 ; 9] Maximale Anzahl der Vereinfachungsdurchläufe im Berechnungsteil der Reduktion auf die Bewegungsgleichungen. Für komprimierte Rechnung wird der Wert mit 0 vorbelegt.

NSCNEG [–4–3 ; 1] Zahl der SIN–COS–Vereinfachungen im Berechnungsteil bis zu den Newton–Euler–Gleichungen. An SIN–COS–Vereinfachungen stehen folgende trigonometrische Funktionen zur Verfügung

- a) $\sin^2(\#) + \cos^2(\#) = 1$,
- b) $\sin^4(\#) + 2\sin^2(\#)\cos^2(\#) + \cos^4(\#) = 1$,
- c) $\sin^4(\#) - \cos^4(\#) = \sin^2(\#) - \cos^2(\#)$,
- x) $\sin^2(\#) = 1 - \cos^2(\#)$,
- y) $\cos^2(\#) = 1 - \sin^2(\#)$,

wobei # für ein beliebiges Argument steht, das gemäß den Syntaxregeln erlaubt ist, vgl. Kapitel 7.

Für die verschiedenen Werte von NSCNEG werden unterschiedliche SIN–COS–Vereinfachungen durchgeführt:

NSCNEG	=	0	:	keine
		1	:	a)
		2	:	a) und b)
		3	:	a), b) und c)
		-1	:	nur x)
		-2	:	nur y)
		-3	:	erst x), dann y)
		-4	:	erst y), dann x)

Die Funktionen x) und y) dienen zur vollständigen Erkennung trigonometrischer Zusammenhänge von Funktionen mit gleichem Argument. Mit NSCNEG=-3 bzw. -4 werden alle möglichen Vereinfachungen erkannt; in diesem Fall wird die Zahl der Vereinfachungsdurchläufe auf 1 beschränkt.

NSCBGL [-4-3 ; 3] Zahl der SIN–COS–Vereinfachungen im Berechnungsteil der Reduktion auf die Bewegungsgleichungen. Manchmal ist es sinnvoll, die Zahl der durchzuführenden SIN–COS–Vereinfachungen während der anfänglichen Berechnungen niedrig zu halten und erst am Ende zu erhöhen. Für die Art der SIN–COS–Vereinfachungen siehe NSCNEG.

MSCNEG [0-99 ; 1] Maximale Anzahl der SIN–COS–Vereinfachungs– Durchläufe im Berechnungsteil bis zu den Newton–Euler–Gleichungen.

MSCBGL [0-99 ; 9] Maximale Anzahl der SIN–COS–Vereinfachungsdurchläufe im Berechnungsteil der Reduktion auf die Bewegungsgleichungen. Für komprimierte Rechnung wird der Wert mit 0 vorbelegt.

INBAT [-2,+2 ; +2] Steuerparamter für Fehlerfall: Bei der Eingabe von -2 wird der Namen des Unterprogramms, in dem der Fehler auftrat, mit ausgegeben (nur für Test– und Analysefälle gedacht). Bei INBAT=-2 sind darüber hinaus keine Leerzeilen im TAPE08 zulässig.

INSTTR [0-3 ; 1] Indexsteuerung für Trägheitstensor, siehe INST.

INSTKM [0-3 ; 1] Indexsteuerung für eingeprägte Kräfte und Momente, siehe INST.

INSTLA [0-3 ; 1] Indexsteuerung für lagerspezifische Größen und Animationsgrößen, siehe INST.

INSTRS [0–3 ; 1] Indexsteuerung für kinematische Größen der Referenzsysteme, siehe **INST**.

INSTRG [0–3 ; 1] Indexsteuerung für die kinematischen Größen der Körper, siehe **INST**.

INSTNE [0–3 ; 1] Indexsteuerung für die Größen in den Newton–Euler–Gleichungen, siehe **INST**.

INSTRE [0–3 ; 1] Indexsteuerung für die Größen in den Beobachtungspunkten, siehe **INST**.

INSTRI [0–3 ; 1] Indexsteuerung für die Größen in den Koordinatensystemausgaben, siehe **INST**.

INST [0–3 ; –] Indexsteuerung für alle index–steuerbaren Größen: Bei verschiedenen Größen wird der Zusammenhang mit dem zugehörigen Element durch eine laufende Nummer, den Index, hergestellt. Die Zuordnung der einzelnen Größen erfolgt über die nachfolgend aufgeführten Steuerparameter

Trägheitstensor	INSTTR ,
eingeprägte Kräfte und Momente	INSTKM ,
lagerspezifische Größen, Animation	INSTLA ,
kinem. Größen der Referenzsysteme	INSTRS ,
kinematische Größen der Körper	INSTKG ,
Größen der Newton–Euler–Gleichungen	INSTNE ,
Beobachtungspunkte	INSTRE ,
Koordinatensysteme	INSTKI .

Dabei kann jeder Parameter die Werte 0–3 annehmen. Die Werte können einzeln über die Parameter verstellt werden, oder gemeinsam über der Parameter **INST**. Ist sowohl der globale Parameter **INST** als auch ein Einzelparameter gesetzt, so wird der Wert des Einzelparameters angenommen.

Die Werte der Parameter bedeuten im einzelnen:

- INST=0:** Der Index wird nicht ausgegeben.
- INST=1:** Der Index wird an den Namen angehängt.
- INST=2:** Der Index wird als zweiter bzw. dritter Index in die Klammer geschrieben.
- INST=3:** Der Index wird um eins vermindert und mit der Dimension des ersten Indexes multipliziert diesem Index zugeschlagen.

Durch **INST=3** wird erreicht, daß Vektoren und Matrizen so ausgegeben werden, daß der (erste) Index kontinuierlich wächst. Dies ist für manche nachverarbeitende Programme sinnvoll.

ISSM [0–1 ; 0] Symmetric–Storage Mode für die Indizierung der Massenmatrix (1). Dieses ist für die Inversion der Massenmatrix mit Hilfe der Cholesky–Zerlegung hilfreich.

ANIMAT [0–1 ; 0] Ausgabe der Ortsvektoren und Drehmatrizen der Massenmittelpunkte aller Starrkörper für Animationszwecke (1) .

KOMTXT [0–1 ; 0] In Abhängigkeit vom Steuerparameter **KOMART** werden bei der Komprimierung Größen ausgegeben, die nicht weiter verwendet werden. Eine Kommentierung dieser nur aus einem Faktor, bzw. aus einem Faktor und einer Variablen bestehenden Zuweisungen ist mit dem Steuerparameter **KOMTXT** möglich (1).

MKBROT [0–1 ; 0] Falls für alle Koordinatensysteme, also auch für Knotenpunkte, Massenpunkte und Beobachtungspunkte auch Drehungen eingegeben werden sollen, kann dieses mit MKBROT bewerkstelligt werden (1). Durch MKBROT=1 wird zusätzlich bei dem modularen Aufbau die explizite Angabe des Inertialsystems notwendig, siehe auch Abschnitt 6.3.2.2.

NEWSIM [0–3 ; 0] Die Erstellung eines kompletten Simulationsprogrammes kann mit Hilfe dieses Steuerparameters durchgeführt werden (3). Es können auch alle Programmsegmente ausschließlich der erforderlichen Dimensionierung (2) oder lediglich die Bewegungsgleichungssegmente (1) erzeugt werden. Die Voreinstellung (0) bewirkt, daß keine automatische Generierung von Simulationsprogrammen erfolgt. Voraussetzung für die Erzeugung von Simulationsprogrammen ist das Programmpaket NEWSIM. Das exakte Vorgehen ist der Anleitung, Leister [10], zu entnehmen.

GRAVI [0–1 ; 0] Durch den Steuerparameter GRAVI kann das Programmsystem NEWEUL dazu veranlaßt werden, die Gravitation entweder als Kraft (0) oder als Beschleunigung zu interpretieren (1). Die Eingabe muß jeweils an der entsprechenden Stelle erfolgen, siehe Abschnitte 6.3.1.1 und 6.3.4. Ist der Steuerparameter GRAVI=1 gesetzt, ist zu beachten, daß dadurch ein rheonomes Mehrkörpersystem beschrieben wird.

MAPLE [0–2 ; 0] Zur Weiterverarbeitung symbolischer Bewegungsgleichungen ist der Symbolmanipulator MAPLE [11] sehr gut geeignet. Um MAPLE-kompatible Gleichungen erhalten zu können (1), ist der Steuerparameter MAPLE eingeführt. Zur Generierung von Bewegungsgleichungen ohne indizierte Felder eignet sich die Einstellung MAPLE=2. Es werden dann alle Kommata, sowie öffnende und schließende Klammern bei indizierten Variablen durch Underline ersetzt.

6.5 Newton – Euler – Gleichungen in beliebigen Systemen

In der bisher besprochenen Form werden die Newton–Euler–Gleichungen für die einzelnen Körper stets im körperfesten System erstellt. Dies hat sich für eine große Klasse von Mehrkörpersystemen als günstig erwiesen und ist insbesondere bei rekursiver Komprimierung die beste Möglichkeit. In speziellen Fällen können aber auch andere Systeme günstig oder aus anderen Gründen gewünscht sein. Deshalb besteht für den Anwender die Möglichkeit, die Systeme, in denen die Newton–Euler–Gleichungen aufgestellt werden sollen, frei zu wählen. Dabei können die Systeme für jeden Körper verschieden sein; Impuls- und Drallsatz eines Körpers müssen jedoch in ein und demselben System erstellt werden.

Darüber hinaus kann der Benutzer noch für jeden Körper ein Bezugssystem zur Berechnung der kinematischen Größen wählen. Dies gibt ihm die Möglichkeit, sich von der durch die Beschreibung gegebenen Struktur zu lösen.

Um die Systeme der Newton–Euler–Gleichungen wählen zu können, muß der Steuerparameter NEGST, siehe Abschnitt 6.4, gesetzt werden. Neben dem voreingestellten Fall NEGST=1, "Erstellung der Newton–Euler–Gleichungen im jeweils körperfesten System", gibt es noch den Fall "Erstellung der Gleichungen im Inertialsystem", NEGST=2. Hier sind, wie im voreingestellten Fall, keine weiteren Angaben notwendig. Will man dagegen die Systeme der Newton–Euler–Gleichungen wirklich frei wählen, so muß der Parameter auf 0 gesetzt werden. Die eigentliche Festlegung der Systeme erfolgt dann in einem Extrablock, der dem Teil Koordinatensysteme unmittelbar folgen muß. Zur Generierung dieses Blocks existiert ein Formularfile NEGSY, siehe Anhang A.

Für jeden Starrkörper sind dabei drei Angaben erforderlich, für Massenpunkte gilt das gleiche. Zunächst ist der Namen des Körpers anzugeben, für den die Festlegung erfolgen soll. Jeder Körper darf in der folgenden Aufzählung genau einmal aufzutreten. Für den Körper sind dann das Bezugssystem und das System, in dem die Newton–Euler–Gleichungen aufgestellt werden sollen, anzugeben. Als Bezugssysteme sind möglich das Inertialsystem, die Referenzsysteme und die Starrkörper, für die die Newton–Euler–Gleichungen schon definiert sind. Die Angabe des Systems der Newton–Euler–Gleichungen ist davon unabhängig.

6.6 Verwendete Namen und ihre Bedeutung

Bei der Namensgebung der Variablen in NEWEUL sollte darauf geachtet werden, daß keine Konflikte mit internen Variablen entstehen. Die in NEWEUL festgelegten Abkürzung und deren Bedeutung sind nachfolgend wiedergegeben.

Zeit und Freiheitsgrade:

T	Zeit
Y	Lagevektor
YP	1. Ableitung des Lagevektors
Z	Geschwindigkeitsvektor
ZP	1. Ableitung des Geschwindigkeitsvektors

Kinematische Größen:

LT	Jacobimatrix der Translation
LR	Jacobimatrix der Rotation
O	Winkelgeschwindigkeit
AQT	Restbeschleunigung der Translation
AQR	Restbeschleunigung der Rotation

Massengeometrische Größen:

MA	Massen
I	Trägheitstensoren

Eingeprägte Kräfte und Momente:

FE	Eingeprägte Kräfte
LE	Eingeprägte Momente
GRAV	Gravitationsrichtung
FKN	Knotenpunktskraft

Größen für die Newton–Euler–Gleichungen:

MQT	Massenmatrix der Translation
MQR	Massenmatrix der Rotation
KQT	Kreisel-, Zentrifugal- und Corioliskräfte der Translation
KQR	Kreisel-, Zentrifugal- und Corioliskräfte der Rotation
QEQT	Eingeprägte Kräfte
QEQR	Eingeprägte Momente

Größen für die Bewegungsgleichungen:

M	Massenmatrix
K	Vektor der verallgemeinerten Kreisel-, Zentrifugal und Corioliskräfte
QE	Vektor der verallgemeinerten eingeprägten Kräfte und Momente

Größen für die Zwangskraftberechnung:

R	Ortsvektor der Körper im Inertialsystem
SNEG	Drehungsmatrizen der Körper im Inertialsystem
RG	Ortsvektor der Lager im Inertialsystem
SG	Drehungsmatrizen der Lager im Inertialsystem

Größen für die Beobachtungspunkte:

RB	Ortsvektor
SB	Drehungsmatrix
VB	Geschwindigkeit
OB	Winkelgeschwindigkeit
ATB	Beschleunigungsvektor der Translation
ARB	Beschleunigungsvektor der Rotation
STHI	Hilfsdrehmatrix (nur bei Komprimierung)
SH	Hilfsdrehmatrix (nur bei Komprimierung)
RH	Hilfsortsvektor (nur bei Komprimierung)
VH	Hilfsgeschwindigkeit (nur bei Komprimierung)
OH	Hilfswinkelgeschwindigkeit (nur bei Komprimierung)
ATH	Hilfsbeschleunigung der Translation (nur bei Komprimierung)
ARH	Hilfsbeschleunigung der Rotation (nur bei Komprimierung)
LTH	Hilfs-Jacobimatrix der Translation (nur bei Komprimierung)
LRH	Hilfs-Jacobimatrix der Rotation (nur bei Komprimierung)

Größen für die Animation:

S	Drehungsmatrizen der Körper
R	Ortsvektoren der Körper

Größen für geschlossene kinematische Schleifen:

RBIND	Bindungsortsvektor
SBIND	Bindungsdrehmatrix
RS1	Geschwindigkeitsbindungsvektor
HV1	Namen der an der Schleife beteiligten Geschwindigkeitsvariablen
A	Bindungs-Jacobimatrix der Geschwindigkeit
RA	Restvektor des Bindungsgeschwindigkeitsvektors
RS2	Bindungsbeschleunigungsvektor
HV2	Namen der an der Schleife beteiligten Beschleunigungsvariablen
B	Bindungs-Jacobimatrix der Beschleunigung
RB	Restvektor des Bindungsbeschleunigungsvektors

6.7 Faktorisierung

Mit Hilfe negativer Werte für den Steuerparameter **IAFORM** läßt sich eine faktorisierte Ausgabe der symbolischen Ausdrücke durchführen. Die Faktorisierung wird dabei entsprechend der Häufigkeit aller zu faktorisierenden Variablen durchgeführt. Zu beachten ist, daß keine trigonometrischen Ausdrücke in den Gleichungen mehr auftreten dürfen. Dieses kann bei trigonometrischen Funktionen mit einem Argument leicht durch den Steuerparameter **ISICO** durchgeführt werden. Bei der Verwendung von Vereinfachungen sind die Steuerparameter **NVEDIF**, bzw. **IVER** besonderes zu beachten.

Anmerkung: Das im Anhang beschriebene Programm FOLGEZ darf nicht im Zusammenhang mit der Faktorisierung verwendet werden.

6.8 NEWSIM–Kopplung

Mit Hilfe des Programmpaketes NEWEUL ist es möglich, automatisierte Bewegungsgleichungen für eigenständige problemspezifische Simulationsprogramme zu erzeugen. Hierzu kann z.B. das Programmsystem NEWSIM verwendet werden. Auf die NEWSIM–Kopplung wird in der NEWSIM–Anleitung, Leister [10], ausführlich eingegangen.

7 NEWEUL–SYNTAX–REGELN

Bei der Verwendung symbolischer Algorithmen sind natürlich gewisse Regeln bei der Eingabe der symbolischen Formeln zu beachten. Die Syntax der Eingaben wird im wesentlichen festgelegt durch die Syntax des zugrundeliegenden Formelmanipulationsalgorithmus, Kreuzer [9]. Diese Syntax wird im folgenden definiert.

Zugelassene Zeichen sind Großbuchstaben, Ziffern, die Rechenoperatoren $+$, $-$, $*$ und $**$ sowie einige Sonderzeichen. Kleinbuchstaben sind ebenfalls erlaubt, es erfolgt jedoch keine Unterscheidung zwischen Klein- und Großschreibung (Kleinbuchstaben werden in Großbuchstaben umgewandelt).

Variablennamen bestehen aus 1–6 alphanumerischen Zeichen, wobei das erste Zeichen ein Buchstabe sein muß. Die eckigen Klammern '[' und ']' sind ebenfalls zugelassen. Bei der Namensgebung sind weiterhin folgende Einschränkungen zu beachten:

- Falls die Zeit explizit auftritt, ist diese mit dem Buchstaben T zu bezeichnen; der Variablenname T wird **immer** als die Zeit interpretiert, darf also nicht anders verwendet werden.
- Zum Teil werden vom Programm neue Namen erzeugt. Dies ist der Fall bei der automatischen Ableitung des Lagevektors, bei der Bildung der Ableitungen für die Hilfsvariablen, sowie bei der Berechnung komprimierter Bewegungsgleichungen. Bei der Eingabe von Namen ist daher auch darauf zu achten, daß keine Doppeldeutigkeiten entstehen können.

Als **Konstanten** sind INTEGER- und REAL-Zahlen im Bereich von 10^{-10} bis 10^{+10} zugelassen. Das Programm ist allerdings in der Lage, auch kleinere oder größere Konstanten zu verarbeiten. Der tatsächlich darstellbare Zahlbereich hängt vom verwendeten Rechner ab. Von der Eingabe von Konstanten, die nicht im oben angegebenen Zahlenbereich liegen, sollte jedoch kein Gebrauch gemacht werden. Die bei der Eingabe von Gleitkommazahlen einzuhaltende Syntax entspricht der Syntax für das FORTRAN-G-Format. Die Zahl der Zeichen, die zur Darstellung einer Gleitkommazahl (d.h. Mantisse und Exponent) insgesamt verwendet werden dürfen, ist auf 16 beschränkt.

Als **Verknüpfungen** sind zugelassen: $+$, $-$, $*$, $**$, d.h. Addition, Subtraktion, Multiplikation und Exponentiation. Es dürfen beliebige **Klammerungen** vorgenommen werden. Die Abarbeitung der Ausdrücke erfolgt nach den üblichen mathematischen Regeln. Als Hochzahlen von Potenzausdrücken sind nur positive ganze Zahlen zugelassen.

Zugelassene **Funktionen** sind die SIN- und die COS-Funktion. Weitere Funktionen können mit Hilfe von Hilfsvariablen und Vereinfachungsgleichungen repräsentiert werden. Das Argument kann eine einfache Variable, eine numerische Größe (Bogenmaß) oder ein Ausdruck sein. Für Argumentausdrücke gelten folgende Einschränkungen:

- Klammern in Argumentausdrücken sind nicht zulässig,
- die Verwendung des Potenzoperators $*$ ist nicht zulässig; wird die Eingabe einer Potenz erwünscht, so ist der betreffende Ausdruck als mehrfaches Produkt zu schreiben,
- Substitutionsvariable in Funktionsargumenten sind zugelassen, werden jedoch nicht ersetzt,

- numerische Größen im Bogenmaß (rad) sind zugelassen. Die Funktionen werden numerisch ausgewertet.

Reicht für eine Eingabe eine einzige Zeile nicht aus, so besteht die Möglichkeit der **Fortsetzungszeile**, d.h. die Eingabe wird auf mehrere Zeilen verteilt. Die Zahl der Folgezeilen ist beliebig. Bei der Eingabe sind dabei folgende Regeln zu beachten:

- Am Ende einer Zeile muß eine der Rechenoperatoren $*$, $**$, $+$ oder $-$ stehen; die Folgezeile muß dann mit demselben Zeichen begonnen werden.
- Argumente von Funktionen dürfen nicht getrennt werden.

Tritt während eines Programmlaufs ein (vom Programm erkennbarer) Fehler auf, so wird dieser von NEWEUL durch Ausgabe von

* NEWEUL Fxx

angezeigt. Dabei stellt xx einen Fehlercode dar, dessen Bedeutung aus der NEWEUL–Fehlerliste (siehe ANHANG D) entnommen werden kann. Danach wird die Ausführung des Programms abgebrochen. Der angezeigte Fehler ist auf dem Eingabefile zu korrigieren und das Programm erneut zu starten.

Für das Auffinden eines Syntaxfehlers ist neben dem ausgegebenen Fehlercode noch der vor NEWEUL Fxx stehende * hilfreich. Er steht stets unter der Stelle der Eingabezeile, an der der Fehler vom Programm erkannt wurde.

LITERATUR

1. Schiehlen, W.: Technische Dynamik. Stuttgart: Teubner, 1985.
2. Schmoll, K. P.: Modularer Aufbau von Mehrkörpersystemen unter Verwendung der Relativkinematik. Fortschritt-Bericht der VDI-Zeitschriften. Reihe 57, Nr.18. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1988.
3. Schramm, D.: Ein Beitrag zur Dynamik reibungsbehafteter Mehrkörpersysteme. Fortschritt-Berichte der VDI-Zeitschriften, Reihe 18, Nr.32. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1986.
4. Schramm, D.: Unterprogrammpaket ZKSUB. Stuttgart: Universität, Institut B für Mechanik, Anleitung AN-17, 1986.
5. Angeles, J.: Spatial Kinematic Chains. Berlin/...: Springer, 1982.
6. Raith, A.: Vergleichende Betrachtungen zur Lösung der Zwangskraftgleichungen. Stuttgart: Universität, Institut B für Mechanik, STUD-18, 1985.
7. Hirschberg, W.: Kurzbeschreibung der Programme LINSYS und SIMULA. Steyr: Steyr-Daimler-Puch AG, Forschungsbericht SF-B 0139/87, 1987.
8. Magnus, K.; Müller, H. H.: Grundlagen der Technischen Mechanik. Stuttgart: Teubner, 1984.
9. Kreuzer, E.: Symbolische Berechnung der Bewegungsgleichungen von Mehrkörpersystemen. Fortschritt-Berichte der VDI-Zeitschriften, Reihe 11, Nr.32. Düsseldorf: VDI-Verlag, 1979.
10. Leister, G.: Programmpaket NEWSIM. Stuttgart: Universität, Institut B für Mechanik, Anleitung AN-25, 1991.
11. Bruce, W. u.a.: MAPLE-Reference Manual. 5th Edition. Waterloo, Ontario: WATCOM, 1988.

ANHANG A: FORMULARFILES

Formularfile HOLKOP (Kopf holonomer Fall)

```
C> Eingabefile fuer NEWEUL erstellt mit Editor am <9l0206.0809>  
C>  
C>  
C>  
C>  
C>  
C> $$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$  
C>  
      0 Steuerparameter: 0=holonom, l=nichtholonom  
      0 Komprimierungsart(0-6): 0=vollsymbolisch  
      ? Zahl der KOORDINATENSYSTEME  
      ? Zahl der (Lage-)Freiheitsgrade  
C>    - Zahl der (Geschwindigkeits-)Freiheitsgrade  
      0 Zahl der Hilfsvariablen  
      0 Zahl der linearisierbaren Groessen  
      0 Zahl der numerischen Groessen  
      0 Zahl der Vereinfachungen  
      0 Zahl der Substitutionsvariablen  
  
C>  
//  
C>  
C> LAGEVEKTOR  
C> *****  
C>  
Y :  
Y :  
Y :  
C>  
      1 Automatische Ableitung (1: 1/2; 2: P/PP; 0: keine)  
  
C>  
C> HILFSVARIABLEN  
C> *****  
C>  
HV:  
HV:  
HV:  
  
C>  
C> LINEARISIERBARE GROESSEN  
C> *****  
C>  
      1 Vollstaendige Linearisierung  
  
C>  
C> (Restliche) linearisierbare Groessen  
C>  
  
LIN:  
LIN:  
LIN:  
  
C>  
C> NUMERISCHE GROESSEN  
C> *****
```



```

C> *****
C>
Z:
Z:
Z:
C>
1 Automatische Ableitung (1: 1; 2: P; 0: keine)
C>
C> HILFSVARIABLEN
C> *****
C>
HV:
HV:
HV:
C>
C> LINEARISIERBARE GROESSEN
C> *****
C>
1 Vollstaendige Linearisierung
C>
C> (Restliche) linearisierbare Groessen
C>
LIN:
LIN:
LIN:
C>
C> NUMERISCHE GROESSEN
C> *****
C>
NUM:
NUM:
NUM:
C>
C> VEREINFACHUNGEN
C> *****
C>
VFV:
VFE:
C>
VFV:
VFE:
C>
VFV:
VFE:
C>
C> SUBSTITUTIONSVARIABLE
C> *****
C>
SUB:
SUB:
SUB:
C>
C> ABLEITUNG DES LAGEVEKTORS ( Yl=fkt(Y,Z,T) )
C> *****
C>
Yl(1)=
Yl(2)=
Yl(3)=

```

Formularfile KOSY (Koordinatensysteme, konstruktiver Aufbau)

```
C>
C>      KOORDINATENSYSTEM  Nr.   :
C>      *****
C>
KOSART:      Klassifizierung der Koordinatensysteme
KOSYNA:      Name des Koordinatensystems
KOSYNA:      Name des Bezugssystems
C>
C>      **** Rotatorischer Teil ****
C>      ?   Zahl der Teildrehungen
C>
C>      Teildrehung Nr.
C>      ?   Art der Drehung (-3-+5)
C>
C>      Drehwinkel
WINK=
C>
C>      Teildrehung Nr.
C>      ?   Art der Drehung (-3-+5)
C>
C>      Drehwinkel
WINK=
C>
C>      Teildrehung Nr.
C>      ?   Art der Drehung (-3-+5)
C>
C>      Drehwinkel
WINK=
C>
C>      **** Translatorischer Teil ****
C>      ?   Zahl der Teilvektoren
C>
C>      Teilvektor Nr.
KOSYNA:      System fuer Teilvektor
C>
C>      Teilvektor
R(1)=
R(2)=
R(3)=
C>
C>      Teilvektor Nr.
KOSYNA:      System fuer Teilvektor
C>
C>      Teilvektor
R(1)=
R(2)=
R(3)=
C>
C>      Teilvektor Nr.
KOSYNA:      System fuer Teilvektor
C>
C>      Teilvektor
R(1)=
```

R(2)=
R(3)=

Formularfile MOSY (Koordinatensysteme, modularer Aufbau)

```
C>
C>      KOORDINATENSYSTEM  Nr.      :
C>      *****
C>
KOSART:      Klassifizierung der Koordinatensysteme
KOSYNA:      Namen des VON-(Bezugs-)systems
KOSYNA:      Namen des NACH-(aktuel.)systems
C>
C>      **** Rotatorischer Teil ****
C>      ?   Zahl der Teildrehungen
C>
C>      Teildrehung Nr.
C>      ?   Art der Drehung (-3-+5)
C>
C>      Drehwinkel
C>      WINK=
C>
C>      Teildrehung Nr.
C>      ?   Art der Drehung (-3-+5)
C>
C>      Drehwinkel
C>      WINK=
C>
C>      Teildrehung Nr.
C>      ?   Art der Drehung (-3-+5)
C>
C>      Drehwinkel
C>      WINK=
C>
C>      **** Translatorischer Teil ****
C>      ?   Zahl der Teilvektoren
C>
C>      Teilvektor Nr.
KOSYNA:      System fuer Teilvektor
C>
C>      Teilvektor
C>      R(1)=
C>      R(2)=
C>      R(3)=
C>
C>      Teilvektor Nr.
KOSYNA:      System fuer Teilvektor
C>
C>      Teilvektor
C>      R(1)=
C>      R(2)=
C>      R(3)=
C>
C>      Teilvektor Nr.
KOSYNA:      System fuer Teilvektor
C>
```

```

C>      Teilvektor
      R(1)=
      R(2)=
      R(3)=

```

Formularfile MASGEO (Massengeometrische Größen)

```

C>
C>      Massengeometrische Daten fuer
KOSYNA:      Namen des Koordinatensystems
C>
C>      Masse
      MASS=
C>
C>      Traegheitstensor
KOSYNA:      System fuer Angabe der Traegheitstensors
C>
      I(1,1)=
      I(2,1)= 0.
      I(2,2)=
      I(3,1)= 0.
      I(3,2)= 0.
      I(3,3)=

```

Formularfile KRAFT (Eingeprägte Kräfte und Momente)

```

C>
C>      ** Aeussere/innere Kraft // Aeusseres/inneres Moment **
FLEART:      ??      Art der Kraft/des Moments
(GK,AK,AM,IK,IM,$END)
C>
C>      System(e) auf das(die) die Kraft/das Moment wirkt(en)
KOSYNA:      1.System (Wirkung positiv)
KOSYNA:      2.System (Wirkung negativ); nur bei INNEREN
K/M
C>
C>      System, in dem die Kraft/das Moment eingegeben wird
KOSYNA:
C>
C>      Kraft/Moment eingeben
      FLE(1)=
      FLE(2)=
      FLE(3)=

```

Formularfile LAGER (Lagerspezifische Größen)

```

C>
C>      Lagergeometrische Daten fuer
KOSYNA:      Namen der Koordinatensystems
C>
C>      Anliegende Koerper
KOSYNA:      $      Namen des 1. anliegenden Koerpers

```

```

KOSYNA:      $          Namen des 2. anliegenden Koerpers
C>
C>      Lagerindexvektor (0: frei, 1: gesperrt, -1: gesperrt(ohne
Berechnung))
      IND(2)=
      IND(3)=
      IND(4)=
      IND(5)=
      IND(6)=

```

Formularfile **BE0** (Beobachtungspunkte)

```

C>
C>      Beobachtungspunkt-Daten fuer
KOSYNA:      Name des Beobachtungspunktes (System)
C>
      ?  Beobachtungstiefe (Lage:l, &Geschw.:2, &Beschl.:3)
C>
C>      Sitz des Beobachters
KOSYNA:      System VON dem beobachtet wird
C>
KOSYNA:      System IN dem die Daten angegeben werden

```

Formularfile **NEGSY** (Systeme fur Newton–Euler–Gleichungen)

```

C>
KOSYNA:  Starrkoerper/Massenpunkt
KOSYNA:  Bezugssystem (Isys, Rsys, vorhandener Starrk.)
KOSYNA:  Newton-Euler-Gl. in ? System

```

ANHANG B

Beispiele für die Anwendung der Vereinfachungsgleichungen

1 Neue Operationen und Funktionen

Der dem Programmsystem NEWEUL zugrunde liegende Formelmanipulationsalgorithmus läßt die Ausführung der Division, sowie die Verwendung anderer Funktionen als SIN und COS nicht zu. Dieser Mangel kann in vielen Fällen durch die Einführung von Hilfsvariablen und Vereinfachungsgleichungen ausgeglichen werden.

Beispiele:

a) Bildung des Kehrwertes eines Ausdrucks

Von der **konstanten** Größe A soll in einem Formelausdruck der Kehrwert $1/A$ gebildet werden. Da die Kehrwertbildung nicht zugelassen ist, muß statt des Ausdrucks eine neue Variable eingeführt werden, z.B. $AI=1/A$. Bei der Eingabe ist dann statt $1/A$ stets AI zu schreiben. Tritt bei der Berechnung der Bewegungsgleichungen nun der Term $A*AI$ auf, so soll dieser natürlich zu 1 vereinfacht werden. Um dies zu erreichen, wird folgende Vereinfachungsgleichung angegeben:

VFV: $A*AI$
VFE: 1

Bei der Größe A handle es sich nun um eine **verallgemeinerte Koordinate**. Würde man die obige Vorgehensweise unverändert übernehmen, so erhielte man falsche Bewegungsgleichungen, da die Variable AI ($=1/A$) für das Programm eine konstante Größe darstellt. Die Variable AI muß daher als eine von A abhängige Hilfsvariable definiert werden. Um nun eine möglichst weitgehende Zusammenfassung der Ergebnisse zu erreichen, müssen folgende Eingaben erfolgen:

Hilfsvariable:

HV: AI(A)

Vereinfachungsgleichungen:

VFV: $AI*A$
VFE: 1
VFV: $AI01*A**2$
VFE: -1
VFV: $AI0101*A**3$
VFE: 2

b) Wurzelfunktion

konstantes Argument

Ersetzung : $AS = \sqrt{A}$

Vereinfachungsgleichungen :

VFV: AS^2

VFE: A

Argument verallgemeinerte Koordinate

Hilfsvariable :

HV: $AS(A)$

Vereinfachungsgleichungen :

VFV: AS^2

VFE: A

VFV: $AS01 \cdot AS$

VFE: 0.5

VFV: $AS0101 \cdot AS \cdot A$

VFE: -0.25

c) Tangensfunktion

Konstantes Argument

Ersetzung : $AT = \tan(A)$

Vereinfachungsgleichungen :

VFV: $AT \cdot \cos(A)$

VFE: $\sin(A)$

Argument verallgemeinerte Koordinate

Hilfsvariable :

HV: $AT(A)$

Vereinfachungsgleichungen :

VFV: $AT \cdot \cos(A)$

VFE: $\sin(A)$

VFV: $AT01 \cdot \cos(A)^2$

VFE: 1

VFV: $AT0101 \cdot \cos(A)^2$

VFE: $2 \cdot AT$

Bemerkung: Die oben beispielhaft zusammengestellten Anweisungen sind nicht die einzigen Möglichkeiten neue Funktionen zu definieren. Zu beachten ist weiterhin, daß nicht in jedem Fall eine Vereinfachung der Ergebnisse zu erwarten sein wird. Eine Verlängerung der Ergebnisausdrücke in gewissen Fällen ist ebenfalls möglich.

2 Trigonometrische Formeln

Oft lassen sich die von NEWEUL'88 berechneten symbolischen Gleichungen durch Anwendung der trigonometrischen Additionstheoreme erheblich vereinfachen. Wie das Programm veranlaßt werden kann, diese Rechenregeln anzuwenden, soll am Beispiel der Formel :

$$\sin(A+B) = \sin(A) \cdot \cos(B) + \sin(B) \cdot \cos(A)$$

gezeigt werden. Soll die linke Seite der Gleichung durch die rechte ersetzt werden, so ist einzugeben:

$$\text{VFV: } \sin(A+B)$$

$$\text{VFE: } \sin(A) \cdot \cos(B) + \sin(B) \cdot \cos(A).$$

Soll die Umformung in der anderen Richtung durchgeführt werden, so sind die Anweisungen entsprechend zu vertauschen.

Die Umformung von arithmetischen Ausdrücken mittels trigonometrischer Formeln ist auch bei der Linearisierung um Solllbewegungen vorteilhaft.

3 Vollständiges Zusammenfassen trigonometrischer Funktionen

Bei der Berechnung der Bewegungsgleichungen werden bei jeder Operation die entstehenden Ausdrücke soweit als möglich zusammengefaßt und vereinfacht. Auf Ausdrücke, die Potenzen der trigonometrischen Funktionen SIN und COS enthalten, wird, soweit möglich, die Formel

$$\sin^2(\#) + \cos^2(\#) = 1$$

angewandt. Trotzdem kann es Geschehen, daß Ausdrücke stehen bleiben, die sich bei manueller Zusammenfassung zu Null ergeben würden (genügend Geduld vorausgesetzt). Dabei sind in jedem Fall Ausdrücke beteiligt, die Potenzen trigonometrischer Funktionen von mindestens dritter Ordnung enthalten. Besteht der Verdacht, daß Nullterme nicht vollständig erkannt wurden, so kann eine vollständige Zusammenfassung wie folgt erzwungen werden:

Für jeden beteiligten Winkel A werden folgende Vereinfachungsgleichungen eingegeben:

$$\text{VFV: } \sin(A)^2$$

$$\text{VFE: } 1 - \cos(A)^2$$

$$\text{VFV: } \cos(A)^2$$

$$\text{VFE: } 1 - \sin(A)^2$$

Damit wurde in allen bisher bekannten Problemen eine vollständige Zusammenfassung erreicht.

Bemerkung : Diese Methode ist sehr aufwendig und kann zu einer erheblichen Erhöhung der Rechenzeit führen. Die Anwendung sollte daher auf Sonderfälle beschränkt bleiben.

4 Mögliche Fehler bei Verwendung der Vereinfachungsgleichungen

Mit den Vereinfachungsgleichungen wird dem Benutzer ein wirksames Mittel zur Vereinfachung der Bewegungsgleichungen zur Verfügung gestellt. Dies hat jedoch auch zur Folge, daß fehlerhafte Anwendungen zu falschen Bewegungsgleichungen führen können. Dies soll an einem, nicht zur Nachahmung empfohlenen Beispiel demonstriert werden.

In bestimmten Fällen kann es vorteilhaft erscheinen, die Summe aus 2 verallgemeinerten Koordinaten zu einer neuen Variablen zusammenzufassen.

Beispiel: Seien A und B zwei verallgemeinerte Koordinaten. Ihre Summe A+B soll durch die neue Variable AB abgekürzt werden. Dies wird erreicht durch die Eingabe der Vereinfachungsgleichungen :

VFV: A+B
VFE: AB

Die mit diesen Vereinfachungen erzeugten Bewegungsgleichungen sind jedoch **falsch**, da das Programm die Variable **AB** als konstante Größe interpretiert. Daher tritt ein Fehler auf, sobald nach **A** oder nach **B** differenziert wird. Um dies zu vermeiden muß der Anwender durch Setzen des Parameters **NVEDIF** dafür sorgen, daß die Vereinfachung erst dann durchgeführt wird wenn keine Differentiationen mehr erforderlich sind, siehe Abschnitt 6.4.

ANHANG C

Anleitung zum Programm FOLGEZ

NEWEUL generiert manchmal Ausdrücke die mehrere Folgezeilen erfordern. Die Zahl der möglichen Folgezeilen ist bei den Rechenanlagen i.a. unterschiedlich groß. Deshalb wird das Programm FOLGEZ bereitgestellt, das die vom Programm NEWEUL auf die Files37 und 38 ausgegebenen Gleichungen auf die von Benutzer angegebene Zahl von Zeilen pro Zuweisung reduziert.

Hinweis: FOLGEZ darf nicht bei negativen Werten von IAFORM verwendet werden.

Die Art der Reduzierung wird am folgenden Beispiel erläutert. Von NEWEUL wurde der folgende Ausdruck geliefert:

```
K(1)= R*UD*MD*AZ01**2*BEP**2*SIN(AZ)*COS(BE)-R*UD*MD*AZ0101*
*    BEP**2*COS(AZ)*COS(BE)+R*UD*MD*AZ01*BEP**2*SIN(BE)*
*    COS(AZ)-R*UD*MD*AY01**2*BEP**2*SIN(AY)*SIN(BE)*
*    COS(AZ)-2.*R*UD*MD*AZ01*AY01*BEP**2*SIN(AZ)*SIN(BE)*
*    COS(AY)+R*UD*MD*AY0101*BEP**2*SIN(BE)*COS(AZ)*COS(AY)-
-    R*UD*MD*AZ01**2*BEP**2*SIN(AY)*SIN(BE)*COS(AZ)-
-    R*UD*MD*AZ0101*BEP**2*SIN(AZ)*SIN(AY)*SIN(BE)+R*
*    UD*MD*AY01*BEP**2*COS(AZ)*COS(AY)*COS(BE)-R*UD*MD*
*    AZ01*BEP**2*SIN(AZ)*SIN(AY)*COS(BE)+ISYY*GA0101*
*    GA01*BEP**2+IDXX*AY0101*AY01*BEP**2*SIN(AZ)**2+
+    IDYY*AY0101*AY01*BEP**2*COS(AZ)**2+IDXX*AZ01*AY01**2*
*    BEP**2*SIN(AZ)*COS(AZ)-IDYY*AZ01*AY01**2*BEP**2*
*    SIN(AZ)*COS(AZ)+US**2*MS*GA0101*GA01*BEP**2-UD**2*
*    MD*AZ01*AY01**2*BEP**2*SIN(AZ)*COS(AZ)+UD**2*MD*
*    AZ0101*AZ01*BEP**2+UD**2*MD*AY0101*AY01*BEP**2*
*    COS(AZ)**2+IDZZ*AZ0101*AZ01*BEP**2
```

Dieser Ausdruck soll auf maximal vier Zeilen pro Zuweisung reduziert werden.

Dazu fragt das Programm:

Name des Eingabefiles:

Name des Ausgabefiles:

Soll das Ergebnis auf den Bildschirm gelistet werden?

(NEIN=0, JA=1):

Maximale Zahl der Zeilen pro Zuweisung:

Das Programm liefert dann das folgende Ergebnis:

```
K(1)= R*UD*MD*AZ01**2*BEP**2*SIN(AZ)*COS(BE)-R*UD*MD*AZ0101*
*    BEP**2*COS(AZ)*COS(BE)+R*UD*MD*AZ01*BEP**2*SIN(BE)*
*    COS(AZ)-R*UD*MD*AY01**2*BEP**2*SIN(AY)*SIN(BE)*
*    COS(AZ)
K(1)= K(1) -2.*R*UD*MD*AZ01*AY01*BEP**2*SIN(AZ)*SIN(BE)*
*    COS(AY)+R*UD*MD*AY0101*BEP**2*SIN(BE)*COS(AZ)*COS(AY)-
-    R*UD*MD*AZ01**2*BEP**2*SIN(AY)*SIN(BE)*COS(AZ)-
*    R*UD*MD*AZ0101*BEP**2*SIN(AZ)*SIN(AY)*SIN(BE)
```

```

K(1)= K(1) +R*
* UD*MD*AY01*BEP**2*COS(AZ)*COS(AY)*COS(BE)-R*UD*MD*
* AZ01*BEP**2*SIN(AZ)*SIN(AY)*COS(BE)+ISYY*GA0101*
* GA01*BEP**2+IDXX*AY0101*AY01*BEP**2*SIN(AZ)**2
K(1)= K(1) +
+ IDYY*AY0101*AY01*BEP**2*COS(AZ)**2+IDXX*AZ10*AY01**2*
* BEP**2*SIN(AZ)*COS(AZ)-IDYY*AZ01*AY01**2*BEP**2*
* SIN(AZ)*COS(AZ)+US**2*MS*GA0101*GA01*BEP**2
K(1)= K(1) -UD**2*
* MD*AZ01*AY01**2*BEP**2*SIN(AZ)*COS(AZ)+UD**2*MD*
* AZ0101*AZ01*BEP**2+UD**2*MD*AY0101*AY01*BEP**2*
* COS(AZ)**2+IDZZ*AZ0101*AZ01*BEP**2

```

ANHANG D

NEWEUL Fehlerliste

- 11 Namen beginnt nicht mit einem Buchstaben
- 12 Namen stimmt nicht erwarteten Namen ueberein
- 13 Namen ist zu lang
- 14 Namen des Koordinatensystems zu lang
- 15 Namen des Koordinatensystems nicht vorhanden
- 17 Variablennamen schon vergeben
- 18 Automatische Ableitung fuehrt auf schon vergebenen
 Namen
- 19 Unzulaessiges Schluesselwort in Namelist-Eingabe

- 20 Fehlerhafte Integerzahl-Angabe
- 21 Integerzahl zu klein
- 22 Integerzahl
- 23 Integerzahl betragsmaessig zu gross
- 29 Unzulaessige Integerzahl in Namelist-Eingabe

- 31 Faktor (Exponent) zu gross
- 39 Division durch 0

- 41 Operator fehlt
- 42 Unzulaessige Folge von Operatoren
- 43 Operator an dieser Stelle unzulaessig
- 44 Operator vor oeffnender Klammer fehlt
- 48 Potenz darf nur positive Integerzahl <100 sein
- 49 Folgezeile faengt nicht mit End-Operator der letzten
 Zeile an

- 51 Oeffnende Klammer an dieser Stelle unzulaessig
- 52 Zugehoerige oeffnende Klammer fehlt
- 53 Schliessende Klammer fehlt
- 55 Schliessende Klammer an dieser Stelle unzulaessig
- 59 Argument einer Zahl besteht nur aus Zahl

- 61 Linke Seite der Eingabe falsch
- 62 Argument der Hilfsvariable ist nicht Zeit oder Lage-
 gresse

- 71 Unzulaessiges Zeichen
- 72 Unzulaessiger Index
- 73 Unzulaessige Klassifizierung des Koordinatensystems
- 74 Unzulaessiger Koordinatensystemnamen
- 75 Unzulaessige Koordinatensystemart

- 76 Unzulaessige Funktion oder operator vor Klammer fehlt
- 77 Zeile enthaelt zu viele Daten
- 78 Unzulaessige Leerzeile
- 79 Zeile unerwartet zu Ende

- 81 File unerwartet zu Ende
- 82 Kein Kommentar-End-Zeichen gefunden; File zu Ende
oder leer

- 90 Überlauf der Koordinatensysteme
- 91 Ueberschreiten des Arbeitsfeldes
- 92 Ueberschreiten des Faktorfeldes
- 93 Ueberschreiten des Variablenfeldes
- 94 Ueberlauf des Zwischenergebniskellers
- 95 Ueberlauf des Symbolkellers
- 96 Programmfehler
- 99 Normales erfolgreiches Ende im Testbetrieb